

EN CLAVE DIDÁCTICA

ISSN 2718 - 7322

Año III, Nº2

Revista de investigación y experiencias didácticas



Centro de Estudios
en Didácticas Específicas
CEDE-EH_UNSAM

EN CLAVE DIDÁCTICA

***Revista de investigación y experiencias didácticas del
CEDE-LICH- UNSAM***

**Año III – Nº 2
Noviembre 2022**

ISSN: 2718 - 7322

Staff

Dirección: *Gema Fioriti y José Villella*. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Coordinación General: *Rosa Ferragina*. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Equipo Editorial

Alejandra Almirón. Programa de Estudios Didácticos. Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche / Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Fernando Bifano. Programa de Estudios Didácticos. Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche/ Docente e Investigador del Instituto de Investigaciones CeFIEC, Didáctica de la Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, UBA

Adriana Calderaro. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Lucía Iuliani. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Leonardo Lupinacci. Programa de Estudios Didácticos. Instituto de Estudios Iniciales. Universidad Nacional Arturo Jauretche/ Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Héctor Pedrol. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET.

Victoria Güerci. Centro de Estudios en Didácticas Específicas. Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas. UNSAM-CONICET

Consejo Asesor

Ana María Bach. Museo de la Mujer. Buenos Aires. Argentina.

Nora Bahamonde. UNRN. Río Negro. Argentina.

(†) José Carrillo Yañez. UHU. Huelva. España.

Luis Carlos Contreras González. UHU. Huelva. España.

Carolina Cuesta. UNIPE- UNLP. Buenos Aires. Argentina.

Alejandra De Gatica. UNSAM. Buenos Aires. Argentina.

Nancy Fernández Marchesi. UNTDF. Tierra del Fuego. Argentina.

Lucas Krotsch. UNLA. Buenos Aires. Argentina.

Gabriela Leighton. UNSAM. Buenos Aires. Argentina.

Marta Negrin – UNS - UNTDF. Buenos Aires/Tierra del Fuego. Argentina.

Gabriela Pirolo. Dirección de Escuelas. Buenos Aires. Argentina.

Mabel Scaltritti – UBA. Buenos Aires. Argentina.

Mónica Schulmaister. Investigación Educativa. Universidad Autónoma de la ciudad de México.

Jorge Steiman. UNSAM- UNLZ. Buenos Aires. Argentina.

Hilda Weissman. Asesora en comunicación y educación ambiental. Buenos Aires. Argentina.

Esta revista provee acceso libre inmediato a su contenido bajo el principio de que hacer disponible gratuitamente investigación y experiencias didácticas al colectivo docente, apoya a un mayor intercambio de conocimiento global. A las y los usuarios se les permite leer, descargar, distribuir, imprimir, buscar, reproducir parcialmente o hacer un link a los textos sin pedir autorización previa a la editora o al/la autor/a, siempre que se cumpla la licencia Creative Commons Atribución (by). Se permite cualquier explotación de la obra, incluyendo la explotación con fines comerciales y la creación de obras derivadas, la distribución de las cuales también está permitida sin ninguna restricción. En cualquier explotación de la obra autorizada por la licencia será necesario reconocer la autoría (obligatoria en todos los casos). El equipo editorial no se hace cargo del contenido de los artículos, cuya responsabilidad corresponde a sus autores debidamente identificados.

Créditos:

Coordinación editorial: Rosa Ferragina

Imagen de tapa: ©Mariana Serra. Obra de tapa "Soñares"

Diseño de Tapa: Laura Dos Santos (Equipo de Comunicación EHU de la UNSAM)

Contacto: enclavedidactica@unsam.edu.ar

Ubicación: UNSAM, Campus Miguelete, calles 25 de Mayo y Francia

Dirección postal: Martín de Irigoyen 3100. Ciudad/Localidad: San Martín (1650). Prov. Bs. As.

ISSN: 2718- 7322



EDITORIAL	5
INVESTIGACIONES DIDÁCTICAS	
Una microhistoria de la materia Investigación Educativa. <i>Ana Isabel Iglesias, Gabriela Orlando (Argentina)</i>	7
EXPERIENCIAS DIDÁCTICAS	
Las crónicas de clase como dispositivos de estudio en el nivel terciario. Análisis de situaciones didácticas. <i>Maia Oliveira (Argentina)</i>	19
Congruencia de triángulos y software de geometría dinámica: secuencia didáctica para secundaria vía transformaciones geométricas. <i>Carlos Roberto Pérez Medina (Argentina)</i>	37
Inconmensurables e irracionales con GeoGebra. Una explicación posible a lo que “no podemos ver” (Trabajo final del Diploma en Enseñanza de la Matemática Nivel Primario/Nivel Secundario- Cohorte 2021). <i>Natalia Grandal (Argentina)</i>	53
RESEÑAS BIBLIOGRÁFICAS	
¿Por qué Silvia Bernatené nos invita a leer el libro “La enseñanza en la formación docente. Avatares del Consejo Federal de Educación”? , editado por Miño y Dávila	61
¿Por qué Javier G. Río nos invita a leer el libro “Pedagogía del encuentro. Pensamiento educativo de Rodolfo Kusch”? , editado por Las cuarenta	62
Resumen: X Escuela de Didáctica de la Matemática (EDIMAT)	63
POLÍTICA EDITORIAL	71

A lo largo de los años, mediante relojes, ábacos, microscopios, telescopios, computadoras...las tecnologías parecen alejarnos de aquello que construimos como verdad a partir de lo que percibimos. Nos invitan a crear otras ideas de lo que sucede en el mundo en el que estamos inmersos. Las tecnologías generan abstracciones que, a su vez, requieren de tecnologías o intentan convertirse en un tipo diferente de tecnología en sí misma. Pero, ¿qué lejos estamos de acercarnos a un equilibrio, a planes ideales en búsqueda de la relación entre saber y conocer! Algunas de las consecuencias de este modo de relacionarnos con nuestro alrededor, se materializan en los códigos con los cuales la tecnología se refiere a la abstracción y automatiza nuestras decisiones. Estas consecuencias perduran en el tiempo (el lenguaje, el almanaque, una fórmula...), otras tienen vencimiento prematuro (las palabras, los hechos, los sabores...). Y cuando la búsqueda del equilibrio al que hacemos alusión, tiene como aliada a la enseñanza, nos preguntamos si ésta es una de las consecuencias permanentes o efímeras con las que construimos abstracciones de lo que nos rodea.

Para responder a la última cuestión, podemos asumir posiciones diferentes, complementarias y hasta antagónicas. Enseñar es un proceso que tiene como protagonista a una o un docente que piensa por sí mismo. Así se muestra en las propuestas de reflexión sobre diferentes espacios curriculares, o de gestión sobre actividades de aula que compartimos en este número de la revista. Pensar en una o un docente como un ser que piensa por sí mismo, nos permite otorgarle autonomía e independencia. Esa autonomía e independencia que le brinda libertad en tanto es capaz de reflexionar sobre su propia experiencia y la situación del mundo en general. Asumimos así, a una o un destinatario de la revista que está preparado para evaluar sus propios valores y compromisos, su identidad como profesional de la enseñanza. Al pensar por nosotras o nosotros mismos como docentes, no nos separamos de nuestra aptitud y actitud indagadora, en tanto estamos siempre en la búsqueda de criterios cada vez más confiables para que nuestros propios juicios puedan apoyarse sobre una fundamentación consistente, coherente, sólida.

Reflexionar sobre la enseñanza no es novedad; argumentar a partir de esa reflexión adquiere en estos años, mayor visibilidad. Popper en 1966 nos invitaba a imaginarnos a Robinson Crusoe en su isla, repleta de laboratorios e instrumentos. Sin embargo, a pesar de su actitud positiva hacia el trabajo científico, Crusoe no logra convencer. ¿Una metáfora del accionar docente de hoy? En la Isla de Crusoe, dice Popper, *“hay un elemento del método científico que falta...pues allí no hay nadie más que él mismo para controlar los resultados; nadie más que él mismo para corregir aquellos prejuicios que son la consecuencia inevitable de su historia mental particular...lo que llamamos objetividad científica no es un producto de la imparcialidad del científico individual, sino un producto del carácter social o público del hacer ciencia”*¹. Es que para hacer de la reflexión sobre la práctica una cualidad profesional, es imprescindible la presencia del otro, de la o el colega que discute, de las y los estudiantes que cuestionan...de un grupo

¹ Popper, K. (1966) *The open society and its enemies*. Londres. Routledge y Kegan Paul. Pp.219-220 (traducción propia)

de pertenencia: no es un proceso en soledad y para acompañarlo pensamos en esta revista.

Cuando reflexionamos sobre la acción de enseñar, lo hacemos pensando en que en cada una de nuestras clases se equilibra la conversación y el diálogo. El diálogo es una conversación estructurada con la que intentamos que las y los estudiantes se comprometan con un pensamiento reflexivo, organizado; se presten al juego de la indagación y nos permitan hacer del aula una comunidad de aprendizaje. Los diálogos en el aula se concentran en un tema problemático o polémico; suponen la autorregulación que se vehiculiza a través del cuestionamiento a los puntos de vista de otros y a poder reformular los propios, en respuesta a los cuestionamientos o contraejemplos provenientes del grupo que conformamos; tienen una estructura igualitaria en tanto cada participante se valora a sí mismo y a los otros de igual modo; está guiado por los intereses mutuos de las y los miembros del grupo. En el aula como comunidad de aprendizaje y de indagación, las y los participantes establecen la agenda y determinan los procedimientos para tratar los asuntos en cuestión. Los artículos que componen este número de la revista, fueron evaluados para ayudar a cumplir con esa agenda.

Todo diálogo tiene que ver con argumentar, afirmar, proponer, evaluar... y también con los tiempos de silencio, tiempos en los que construimos para nosotras y nosotros mismos el significado de aquello que están tratando de comunicarnos. Tiempo de silencio de quien escribe para ayudar a quien lee, a escucharse a sí mismo cuando reflexiona sobre el significado de sus propias ideas. En una comunidad de indagación el habla y el silencio se relacionan, se necesitan, se empoderan. En una revista como la nuestra, la lectura y el silencio construyen sinergias que intentan potenciar el desarrollo profesional de la y el docente que nos lee.

Terminamos el diálogo iniciado por medio de esta editorial, y les invitamos a iniciar el personal con cada sección de la revista y, entre cada uno de ellos, generar momentos de silencio que “nos llenen de ideas fundadas sobre qué, cuándo y cómo enseñar”



Una microhistoria de la materia Investigación Educativa

Ana Isabel Iglesias, Gabriela Orlando

CEIECS (Centro de Educación, Investigación, Cultura y Sociedad). LICH-EH-UNSAM.

*“jamás sabremos de dónde nos viene el Saber entre tantas posibles fuentes:
ver, oír, observar, hablar, informar, contradecir, simular, imitar, desear, odiar, amar,
tener miedo y defenderse, arriesgarse, apostar, vivir y trabajar juntos o separados,
dominar por posesión o por maestría, doblegar el dolor, curar enfermedades
o asesinar por homicidio o guerra, sorprenderse ante la muerte, orar hasta el éxtasis,
hacer con las manos, fertilizar la Tierra, destruir...
...y nos inquieta no saber hacia cuáles de estos actos, de estos verbos, de estos estados
o hacia qué otras metas ignoradas, ahora se apresura, sin el saber...”*

Michel Serres (1998)

Resumen

Este trabajo relata cómo se va transformando la enseñanza de la materia Investigación Educativa cuando, a través del tiempo, se modifican las situaciones y contextos, las cohortes de estudiantes y las miradas de docentes que la coordinan. Se presenta una cronología de los procesos desarrollados y se examinan tres problemas didácticos continuos en la enseñanza de la investigación educativa. Dado nuestro triple rol - autoras, docentes y observadoras de las acciones estudiadas- la metodología utilizada se basó en instancias de triangulación hermenéutica y de comparación constante de una muestra de registros analizados genealógica y críticamente a través de operacionalizar el concepto de *significación didáctica*. Los resultados revelan que es oportuno y útil indagar sistemática e históricamente la enseñanza de la investigación en educación.

Palabras clave: Intervención – Genealogía – Problemas - Significación didáctica.

Abstract

This work provides a brief account of the changes experienced in teaching Educational Research when the situations and contexts, the cohorts of students and the views of the teachers coordinating the subject change over time. We present a chronology of the processes developed, and examine three ongoing didactic problems when teaching Educational Research. Given our triple role as authors, teachers and observers of the actions studied, the methodology used was based on instances of hermeneutic triangulation and constant comparison on a sample of records, genealogically and critically analyzed, through operationalizing the concept of didactic significance. The results reveal that it is appropriate and useful to investigate, both systematically and historically, the teaching of research in education.

Keywords: Intervention – Genealogy – Problems - Didactic significance.

Introducción

¿Cómo se transforma la enseñanza de una disciplina cuando a través de los años se reviven y modifican las situaciones y contextos externos e internos, las cohortes de estudiantes y las miradas de las docentes que la organizan y coordinan?

Esta pregunta, surgida a partir de un libro de Michel Serres (1998), nos ha inspirado para armar el entramado de este texto referido a una *microhistoria didáctica de la materia Investigación Educativa* (abreviado IE), con la intención de compartir con las y los lectores, colegas y estudiantes de educación, algunos análisis sobre su didáctica específica.

La materia IE se desarrolla en el marco de las carreras de la Licenciatura y del Profesorado en Educación de la Escuela de Humanidades (EH) de la UNSAM y este escrito, realizado por su equipo docente, se sitúa en el período comprendido entre los años 2010 y 2021.

La mirada retrospectiva planteada ha reactualizado interrogantes, incertidumbres y disonancias particularmente al reflexionar sobre la naturaleza, funcionalidad e importancia de ciertas generalidades pedagógicas y complejidades didácticas vinculadas con la especificidad de enseñar a investigar en el campo de la educación. Es en la praxis desplegada durante ese proceso o en situaciones como ésta, donde el equipo docente recrea y reflexiona sobre la densa transitoriedad de cada encuentro, de cada cursada o de una dinámica social e institucional cambiante durante doce años compartidos de trabajo, que se han podido recuperar aquellas situaciones como una *genealogía continua de problemas didácticos* (Toulmin, 1977; Granger, 1989; Serres, 1998)².

El análisis de una genealogía de problemas didácticos en IE requirió al equipo docente reconsiderar el conocimiento pedagógico enseñado y las publicaciones referidas a su diseño y coordinación en distintos contextos de enculturación³. También, lo instó, por un lado, a reinterrogar aquellas experiencias recuperando sus cimientos y devenires teórico-metodológicos mediante una cronología de la intervención didáctica (ID). Y, por el otro lado, a valorar su desarrollo y relaciones praxeológicas a través de un procedimiento de análisis crítico basado en valorar la significación didáctica⁴ de tres problemas habituales en la enseñanza situada socio-pedagógica e institucionalmente de la IE.

Finalmente reflexionamos didáctica y microhistóricamente sobre los procesos descriptos y problematizados.

²**Genealogía continua de problemas didácticos:** caracterizamos así a la generación y al devenir de las vicisitudes prácticas y teóricas sucedidas en IE basándonos en las propuestas epistemológicas de Granger (1989) y de Toulmin (1977) para la reflexión científica sobre campos disciplinares o sistemas conceptuales diferenciados, como sucede en IE. Así, Granger (1989) explica que las limitaciones e incoherencias que supone realizar comparaciones y traslaciones de conceptos pertenecientes a sistemas diferentes, generará un problema sobre todo cuando se procura representar su naturaleza y funcionalidad. En tanto Toulmin (1977) al dilucidar qué es lo que les da continuidad y unidad a las producciones científicas, si se consideran éstas como productos transitorios vinculados a diversas genealogías institucionales, menciona que son los elementos continuos no invariantes -aunque haya cambiado la terminología, el formalismo u otros instrumentos- y que él denomina genealogía continua de problemas, los que otorgan el significado de unidad y de continuidad disciplinar.

³**Enculturación:** Toulmin (1977) explica este concepto como el desarrollo de un proceso de aprendizaje social que permite comunicar contenidos disciplinares vinculando la historia interna de sus conceptos con un análisis amplio de las actividades y de las relaciones institucionales implicadas.

⁴**Significación didáctica:** Caracterizamos este concepto como una valoración cualitativa de procesos de enculturación y situados en contextos formativos distintos, como sucede durante la enseñanza, la investigación o la extensión universitarias, mediante una articulación de tres dimensiones denominadas interés, racionalidad y comunicación. Su operacionalización actual se presenta en el ítem “metodología” (Iglesias, 2017).

Cronología de la intervención didáctica

Aquí describimos criterios, funciones, producciones y procesos desarrollados por el equipo docente de IE durante doce años de trabajo mediante tres fases⁵.

a) Fase inicial. Donde se operacionalizaron concepciones y criterios didácticos que las docentes construyeron previamente a conformar el equipo de IE. Éstos aluden a las principales formaciones y experiencias pedagógicas de ambas anteriores al año 2010 y en diferentes campos disciplinares, el de la educación en física y matemática y el de la educación inicial y en la enseñanza de la metodología de la investigación en ámbitos terciarios y universitarios. Así, la coordinación didáctica de la materia en esta fase tuvo una impronta cognitivista y científicista basada principalmente en la articulación teórica y metodológica de la obra de autores tales como: Bachelard, 1985; Rivière, 1986; Apple, 1986; Fenstermacher, 1989; Chevallard, 1997; Astolfi, 2001; Habermas, 1987, 2010; Wainerman y Sautu, 1998; Litwin, 1996, 2008; Borsotti, 2009, entre otros.

Esta impronta puede visualizarse en el ejemplo siguiente:

“Concebimos a la materia Investigación Educativa como un ámbito integrado de construcción, de análisis teórico - metodológico y de experimentación orientado a que los estudiantes comprendan, expliquen y apliquen conceptos, criterios y formas científicas de indagación de ciertos procesos educativos institucionalizados y contextualizados...” (Fundamentos. Programa IE. 2010).

b) Fase intermedia. Donde las funciones pedagógicas se orientaron hacia desarrollos didácticos internos y hacia la publicación conjunta de artículos vinculados con las prácticas desplegadas en IE. La naturaleza de estos procesos articuló idiosincrasias profesionales entre ambas docentes y amplió el diálogo teórico y metodológico durante la ID con las y los estudiantes. Dichas modulaciones se basaron en criterios socio-pedagógicos e investigativos críticos, artesanales y personalizados incluyendo sistematizaciones polifónicas, profundizaciones en la dinámica grupal y la utilización de conceptos filosóficos -permanencia, cambios, tensiones y ausencias- para valorar pedagógica, colectiva y críticamente las interacciones desplegadas entre aprendizaje y enseñanza desde la mirada de estudiantes y docentes en cada cursada. Así, las acciones y publicaciones del equipo incluidas en esta fase muestran diálogos teórico-metodológicos basados en autores como: Souto, 1993; Latour, 1997; Deleuze, 2005; Foucault, 2006; Rivero, 2003; Barriga y Henríquez, 2004; Iglesias y Orlando, 2016, 2017).

Ejemplificamos estos rastros mediante alguna de las conclusiones tomadas del artículo *Las clases de Investigación Educativa en las carreras de Educación de la UNSAM: reflexiones en torno de las permanencias, cambios, tensiones y ausencias* (Iglesias y Orlando, 2017: 319-320).

- Es necesario modular la tradicional formación académica y docente que con sus improntas positivistas e individualistas poco se vinculan con las problemáticas socioeducativas actuales trabajando por construir una “buena” enseñanza de la investigación educativa. Las estrategias didácticas que diseñamos y analizamos –como aquellas que estimulan la producción colectiva de saberes, de textos y de experiencias grupales en el campo- se sostienen desde esta perspectiva y resultaron positivamente valoradas por los estudiantes. El esfuerzo del equipo docente como también de los estudiantes –tendiente a proponer, sostener y acompañar estas formas colectivas de

⁵Fase: Samaja (1993:210) menciona que el “...término “fase” permite introducir una metáfora más rica y más próxima a la complejidad real de las relaciones que se dan entre los componentes o momentos del proceso de investigación.” Con este término el autor refiere a las “fases de un desarrollo embriológico” y en este trabajo ha permitido reconsiderar dimensiones y datos prefigurados desde el origen de los procesos didácticos analizados.

construir saberes- generó tensiones que, mayoritariamente, fueron resolviéndose a lo largo de la cursada.”

c) Fase actual. Donde el equipo docente continuó con su ID en IE y, además, fue ampliando sus vinculaciones intra e interinstitucionales desde un creciente compromiso ético y crítico-emancipatorio desde la teoría y desde una praxis educativa situada en la diversidad e interdisciplinariedad.

Así, las experiencias del equipo de IE se expandieron, solidaria y participativamente, hacia otros contextos institucionales a través del dictado, coordinación y seguimiento de cursos, del apoyo a docentes y estudiantes de otras materias y carreras o la participación y coordinación de proyectos de investigación-extensión, generando nuevas redes prácticas e indagativas asentadas en conocimientos didácticos previos y en perspectivas socio-político-pedagógicas interdisciplinarias y postcoloniales basadas en planteos interdisciplinarios y en las teorías de sistemas complejos⁶ y las epistemologías del Sur o experienciales⁷ (Vienni Baptista, 2015; González Casanova, 2017; Alvarado y de Oto, 2017; Sautu, 2019; Martínez Pineda y Guachetá Gutiérrez, 2020; Sousa Santos, 2018, 2021).

Las nuevas articulaciones mencionadas se utilizaron dentro de la ID de IE, acrecentándose la bibliografía de los programas, modificándose actividades e incorporándose en las temáticas de los problemas de investigación y de los trabajos finales (TF) de las y los estudiantes. Asimismo, figuran en las publicaciones propias del equipo docente y en otras compartidas con docentes de otras carreras y con estudiantes adscriptos que se sumaron (Iglesias y Orlando, 2018, 2020; Iglesias, Rectoran, Rigoni, Rodríguez y Terzián, 2018; Iglesias, Orlando, Fernandino, González y Valdez, 2018).

Esta impronta aquí se ejemplifica mediante las temáticas de los TF realizados por dos grupos de estudiantes durante la cursada de 2021:

“Implicancias de la gubernamentalidad neoliberal en la Educación Física: reflexiones sobre las dimensiones laborales y disciplinares” (Estudiantes Grupo A: MC, BS y LS)

“Percepciones de algunas consejeras acerca de las prácticas político-pedagógicas que suceden en las consejerías feministas de La Hoguera”. (Estudiantes Grupo B: PGL, SJ, MS y OT).

Metodología

La intencionalidad de indagar genealógicamente las ID en IE desde los desarrollos realizados por su equipo docente requirió, estratégicamente, encarar su análisis como un caso naturalista, etnográfico, émico (cuando investigadores están inmersos en los fenómenos sociales que analizan, los interpretan considerando también las visiones y significados atribuidos por los propios actores y/o participantes del caso) y retrospectivo asentado en experiencias previas y en una revisión sostenida a través de instancias de triangulación hermenéutica y comparación constante sobre una muestra deliberada de registros concernientes a la ID, a sus relaciones, reflexiones y producciones

⁶ **Sistema complejo:** los SC se caracterizan mediante un conjunto de variables, funciones y relaciones que interactúan y se interdefinen mutuamente excluyéndose la posibilidad de que el comportamiento de alguno de dichos elementos dé lugar a generalizaciones y a explicaciones sobre todo el conjunto si no se logran describir las interacciones e interdefiniciones más significativas. (González Casanova, 2017).

⁷ **Epistemologías del Sur o experienciales:** Sousa Santos (2021: 115-117) designa así al saber y a las vivencias referidas a “la producción y validación de conocimientos anclados en las experiencias de resistencia de todos los grupos sociales que padecieron sistemáticamente la injusticia, la opresión y la destrucción causadas por el capitalismo, el colonialismo y el patriarcado.” Es decir, a un campo “epistemológico y no geográfico” de experiencias concretas y abstractas, históricas y actuales, específicas y diversificadas que ubica en y denomina “el Sur antiimperial”.

mencionadas en las tres fases de trabajo. El análisis iterativo sobre una amplia población de estudio (programas de la materia, bibliografía, bitácoras sobre clases, ateneos, trabajos de campo, trabajos finales de las y los estudiantes, artículos publicados y ponencias) ha contemplado restricciones relacionadas con la intencionalidad del equipo sobre la selección y ordenamiento de las informaciones recuperadas y, también, con la relativa objetividad inherente a su cercanía con el objeto de estudio desde el triple rol de docentes, observadoras y autoras de este trabajo. (Strauss. y Corbin, 2002; Cisterna Cabrera, 2005).

Acerca del análisis crítico-genealógico

Describimos y ejemplificamos el análisis realizado considerando una operacionalización del concepto de significación didáctica (SD), como ya hemos caracterizado en un pie de la página anterior. La reflexión sistemática de un gran número de elementos y situaciones desde este concepto abstracto y sus tres dimensiones (interés, racionalidad y comunicación) facilitó evaluarlos pedagógica y cualitativamente. Así, en cada asunto examinado ha resultado una SD Denotativa (SDD) cuando los procesos fueron apreciados como más objetivos, cientificistas o generalistas. O, una SD más Connotativa (SDC) cuando los procesos fueron valorados como más personales, subjetivos o particulares, y una SD Denotativa y Connotativa (SDD + SDC) cuando los procesos articularon ambos tipos de valoraciones críticas. La expresión SD Prevaleciente (SDP) derivó de apreciar el *interés* (más epistémico o más praxeológico), la *racionalidad* (más erudita o más académica) y la *comunicación* (más simbólica o más instrumental) sobre aquellos elementos y situaciones que presentaron mayores continuidades y regularidades, o sobre las interacciones e interdefiniciones genealógicamente más reveladoras en cada fase de trabajo.

Fue esta valoración iterativa y genealógica que facilitó al equipo docente dilucidar y examinar tres Problemas Didácticos Continuos (PDC) comparando genealógicamente su SDP.

Análisis de tres problemas didácticos continuos desde su significación didáctica prevaleciente

Es necesario aclarar a las y los lectores que el formato sintético adoptado en la escritura de este ítem se debió a la necesidad del equipo docente por mostrar un distanciamiento necesario entre un primer análisis didáctico -más empírico y concreto- sobre las acciones e interacciones desarrolladas y descritas cronológicamente en tres fases y, luego, por describir y ejemplificar el reanálisis crítico-genealógico -más general, abstracto- considerando las relaciones establecidas desde la valoración de SDP en los tres PDC siguientes:

PDC 1: Enseñanza socio-comprensiva e investigación en educación

Este PDC1 fundado en la articulación entre la ID, sus vinculaciones y las investigaciones realizadas por el equipo docente muestra cómo procedimos para comparar la SDP, en materiales curriculares y de investigación, apreciándola dentro de una trama de contenidos, propósitos y actividades presentes en los programas de IE y en las publicaciones realizadas durante las fases inicial y actual de trabajo.

Propósitos	Prevalencia de:			
	Interés epistémico (IE) o praxeológico (IP)	Racionalidad erudita (RE) o académica (RA)	Comunicación simbólica (CS) o instrumental (CI)	Significación didáctica denotativa (SDD) o connotativa (SDC)
“Caracterizar el conocimiento científico como proceso y como producto específico de la investigación científica”. (Programa IE. 2010)	IE	RE + RA	CS	SDD
“Comenzar a situar y caracterizar el conocimiento científico en educación como un proceso dinámico que se enmarca ideológicamente en diversos enfoques paradigmáticos y teóricos. (Programa IE. 2021)	IE + IP	RE + RA	CS + CI	SDD + SDC

Tabla 1: Comparación genealógica de la prevalencia de la SD y sus tres dimensiones I, R, C mediante dos propósitos específicos de enseñanza. Fuente: Elaboración propia.

Los resultados de comparar genealógicamente la SD y sus tres dimensiones en el marco del PDC1 permiten considerar que su SD se ha ido complejizando y humanizando paulatinamente durante los doce años de trabajo pues en la fase inicial prevalecía una SDD, mientras que, en la fase actual, la SD articuló aspectos denotativos y connotativos (SDD + SDC). Este análisis sobre la SD del PDC 1 dio cuenta de la estrecha y enriquecedora relación entre *enseñar a investigar e investigar* en un marco académico universitario.

PDC 2: Epistemología y metodología

EL PDC 2, construido sobre las relaciones didácticas entre teoría y praxis desplegadas por el equipo docente, muestra cómo procedimos para comparar la SD y sus tres dimensiones dentro del incesante vínculo entre epistemología y enseñanza de la investigación aquí focalizado en la bibliografía y en las actividades correspondientes a la fase inicial y actual mencionadas.

Autores y actividades	Prevalencia de:			
	Interés epistémico (IE) o praxeológico (IP)	Racionalidad erudita (RE) o académica (RA)	Comunicación simbólica (CS) o instrumental (CI)	Significación didáctica denotativa (SDD) o connotativa (SDC)
<p><i>Shulman, L.</i> (1989): “Paradigmas y programas de investigación en el estudio de la enseñanza: una perspectiva contemporánea.”</p> <p>Actividad 2: Mapeo descriptivo sobre paradigmas, enfoques y programas característicos en investigación educativa. (Programa 2010)</p>	IE	RE	CS	SDD
<p><i>Martínez Pineda, M. y Guachetá Gutiérrez, E.</i> (2020): “Educar para la emancipación. Hacia una praxis crítica desde el Sur.”</p> <p>Actividad 4: Desarrollo grupal de un cuadro que contiene una recapitulación comparativa sobre la base de elementos epistemológicos y, también ideológicos clave, en la investigación socio - pedagógica actual. (Programa 2021)</p>	IE + IP	RA	CS + CI	SDC + SDC

Tabla 2: Comparación genealógica de la prevalencia de la SD y de sus tres dimensiones I, R, C entre elementos bibliográficos y actividades. Fuente: Elaboración propia.

PDC 3: Teoría pedagógica y prácticas comunitario-institucionales.

El PDC3, elaborado mediante la articulación entre una concepción de práctica docente e investigativa situada y vinculada con el contexto, muestra cómo procedimos para comparar la SDP y sus dimensiones, en los espacios académicos de IE⁸ -clase, ateneo, trabajo de campo- y en las interacciones establecidas entre participantes de la enseñanza, investigación, extensión del ámbito institucional y comunitario durante las fases inicial y actual de trabajo.

⁸El equipo docente de IE concibió su intervención didáctica durante las tres fases de trabajo mediante tres espacios: en la clase se presentan y organizan contenidos y actividades prácticas; ateneo: donde se facilitan intercambios horizontales teóricos y metodológicos imprescindible para enseñar y producir conocimiento científico; trabajo de campo donde se implementan aprendizajes tutelados sobre las indagaciones situadas y contextualizadas de los estudiantes.

Registros de enseñanza	Prevalencia de:			
	Interés epistémico (IE) o praxeológico (IP)	Racionalidad erudita (RE) o académica (RA)	Comunicación simbólica (CS) o instrumental (CI)	Significación didáctica denotativa (SDD) o connotativa (SDC)
“En las diapositivas PPT predomina la letra pequeña, muchos términos abstractos, pocos colores e ilustraciones [...] Predomina la exposición por parte de una docente” (Clase, 2010)	IE	RE	CS	SDD
“Las diapositivas PPT se incorporan, conceptos, ilustraciones, preguntas y problematizaciones que no se resuelven con una sola respuesta ni en el momento” (Clase, 2021) “[La docente] comienza explicando sobre la presentación en Power Point enviada previamente por mail [...] repasa las diferentes líneas de la investigación, y propone trabajar el primer concepto del glosario en relación a una construcción propia sobre la investigación educativa” (Informe de estudiantes adscriptas. Clase 2021).	IE + IP	RE + RA	CS + CI	SDD + SDC

Tabla 3: Comparación genealógica en la prevalencia de la SD y de sus dimensiones I, R, C entre registros de enseñanza. Fuente: Elaboración propia.

Consideramos que los ejemplos sobre algunos elementos y sus relaciones dentro de los tres PDC analizados podrán facilitar a quien lee la comprensión de cambios en la valoración de la SD y sus dimensiones como resultado de comparar crítica y genealógicamente la SD en el marco de cada uno permitiendo, además, reconocer que la SD se ha ido complejizando, ennobleciendo y humanizando paulatinamente durante los doce años de trabajo dado que, en la fase inicial prevalecía una SDD, mientras que en la fase actual, prevaleció una SD que articuló aspectos denotativos y connotativos (SDD + SDC).

Asimismo, una primera interpretación de los resultados permitió observar que: para el equipo docente de IE la relación entre enseñar a investigar e investigar es estrecha, necesaria y enriquecedora; mientras que para las y los estudiantes que han cursado la materia les ha ayudado a mejorar la continuidad y compromiso en las tareas, la naturaleza y funcionalidad de sus trabajos finales de egreso y la pertenencia y permanencia en la carrera.

Reflexiones e interrogantes finales

Hemos redactado estas reflexiones e interrogantes finales utilizando intencionalmente la primera persona del plural pues aquí nos reubicamos como autoras de este escrito. Sucede que durante la realización de descripciones y análisis valorativos sobre nuestras propias intervenciones, producciones y reflexiones necesitamos materializar y mostrar un permanente esfuerzo de distanciamiento en procura por conseguir cierta objetividad. Aquí, y a modo de conclusión, retomamos y relatamos interpretativamente esta microhistoria didáctica de la materia IE razonando que fue posible realizarla pues:

-Analizamos la generación y el devenir de las vicisitudes prácticas y teóricas sucedidas en IE como genealogías de variados procesos de enseñanza, aprendizaje e investigación socio-pedagógica considerando su significación didáctica como un concepto operativo central, secuenciado y continuo para indagar la funcionalidad de tres problemas persistentes y complejos que caracterizaron nuestra enseñanza en IE.

-Valoramos el interés, la racionalidad y la comunicación de las relaciones disciplinares e interdisciplinares de nuestra intervención didáctica en diferentes contextos formativos de enseñanza, extensión e investigación institucionalizados y situados en una universidad del conurbano bonaerense. Es decir, logramos vincular la historia interna de los conceptos y procesos didácticos involucrados en el desarrollo de la materia con un análisis amplio de nuestras actividades docentes y de sus relaciones institucionales.

-Reflexionamos sobre lo desafiante, creativo y gratificante de ampliar las relaciones didácticas que enriquecieron nuestras idiosincrasias profesionales. Éstas, partiendo de orientaciones epistemológicas con improntas empírico-analíticas fueron incorporando, desde la teoría y la metodología investigativas, criterios histórico-hermenéuticos y crítico-emancipatorios.

-Logramos reconocer, mediante el análisis genealógico, elementos no invariantes y cada vez más continuos en los aprendizajes de las y los estudiantes. Éstos no sólo dieron cuenta de la permanencia y terminalidad en sus carreras, sino que, además, mostraron avances en su autonomía y en sus capacidades para debatir, compartir, problematizar y desnaturalizar el contenido y las formas de comprender y desarrollar saberes enmarcados en nuestras propuestas didácticas que incluyeron en lo teórico-epistemológico y metodológico dimensiones estéticas, lúdicas, expresivas y cooperativas prefiguradas y tuteladas desde dinámicas grupales.

-Conseguimos profundizar durante la pandemia del COVID las propuestas de andamiar, aproximar, diversificar y, progresivamente, traspasar el control a los estudiantes sobre los contenidos y procedimientos investigativos desde nuestras posibilidades, limitaciones y criterios didácticos reconsiderando las nuevas necesidades y contingencias cognitivas, sociales y tecnológicas de los estudiantes en pos de que lograsen vivenciar, comprender, interiorizar y comenzar a aplicar procesos metodológicos e instrumentales de la investigación en el campo educativo.

-Comenzamos a preguntarnos, frente a la complejidad de los nuevos entornos de enculturación, como los denominaría Toulmin (1997), sean éstos virtuales o presenciales, científicos o disciplinares pero socialmente oscuros, confusos y caóticos: ¿cómo podemos enseñar a investigar en educación incorporando las incertidumbres, los temores, los riesgos?, ¿qué preguntas y problemas pedagógicos se podrían formular superando la descripción y la argumentación tradicionales?, ¿qué conceptos, esquemas, estrategias e instrumentos deberíamos empezar a desarrollar en IE que permitan incorporar alternativas y bifurcaciones sobre situaciones contradictorias e incomprensibles, descritas y observadas por las y los estudiantes en el campo y registradas por nosotras durante los seguimientos de actividades, tratando de superar modos hipotéticos y cientificistas ocultos?, ¿cómo podríamos enseñar, por ejemplo a entrevistar, sugiriendo incorporar, en los guiones diseñados por los grupos, preguntas

suposicionales del tipo ¿qué pasaría si?, o dibujos ficcionales que activasen representaciones alternativas a las situaciones relatadas racional y perplejamente por las y los participantes frente a la actualidad?

Estas y otras preguntas fueron apareciendo cuando pensamos y soñamos cómo enseñar a investigar desde los actuales atravesamientos socio-educativos y científico-tecnológicos (Valladares, L. 2022).

Finalmente, interpretamos que nuestra evocación y reflexión genealógica, realizada sobre amplios recorridos didácticos por espacios y tramas de nuestro trabajo, nos ha permitido recapacitar microhistóricamente sobre la enseñanza universitaria de la Investigación Educativa considerando presencialidades y virtualidades pre y postpandémicas e incipientes desplazamientos del eficientismo y ombliguismo academicista tradicional aunque, como reflexiona Serres (1998) en la frase con que iniciamos este escrito, no sabremos nunca con certeza de “dónde nos viene el Saber entre tantas posibles fuentes”...

Referencias bibliográficas

Alvarado, M. y de Oto, A. (Comps.). (2017). *Metodologías en contexto. Intervenciones en perspectiva feminista/ poscolonial/ latinoamericana*. Buenos Aires: CLACSO.

Apple, M. (1986). *Ideología y currículo*. Madrid: Akal Universitaria.

Astolfi, J. P. (2001). *Conceptos clave en la didáctica de las disciplinas*. Sevilla: Díada.

Bachelard, G. (1985). *La formación del espíritu científico. Contribución a un psicoanálisis del conocimiento objetivo*. Buenos Aires: Siglo XXI Editores.

Barriga, O. y Henríquez, G. (2004). Artesanía y Técnica en la Enseñanza de la Metodología de la Investigación Social. *Cinta de Moebio. Revista de Epistemología de Ciencias Sociales*, 20, 126-131. Recuperado de: <http://www.revistas.uchile.cl/index.php/CDM/article/viewFile/26114/27414> [02/04/14].

Borsotti, C. (2009). *Temas de metodología de la investigación en ciencias sociales empíricas*. Buenos Aires: Miño y Dávila.

Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica*. Buenos Aires: Aique.

Cisterna Cabrera, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. *Theoría*, 14(1), 61-71. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=29900107>

Deleuze, G. (2005). *Lógica del sentido*. Barcelona: Paidós.

Fenstermacher, G. (1989). Tres aspectos de la filosofía de la investigación sobre la enseñanza. En M. Wittrock. *La investigación de la enseñanza: enfoques, teorías y métodos*. Barcelona: Paidós.

Foucault, M. (2006). *Seguridad, territorio, población: curso en el Collège de France: 1977-1978*. Fondo de Cultura Económica de Argentina. Buenos Aires.

González Casanova, P. (2017). *Las nuevas ciencias y las humanidades. De la Academia a la Política*. Buenos Aires: CLACSO.

Granger, G. (1989). Para una epistemología del trabajo científico. En J. Hamburger *La Filosofía de las Ciencias, hoy*. México: Siglo XXI.

Habermas, J. (1987). *Teoría de la acción comunicativa*. Madrid: Taurus.

Habermas, J. (2010). *Ciencia y técnica como «ideología»*. Madrid: Tecnos.

Iglesias, A. I. y Orlando, G. (2016). Permanencias, cambios, tensiones y ausencias en las clases universitarias de IE. *RELMIS. Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social*. 5(10), 35-50.

Iglesias, A. I. y Orlando, G. (2017). Las clases de Investigación Educativa en las carreras de Educación de la UNSAM: reflexiones en torno de las permanencias, cambios, tensiones y ausencias. En C. Agüero; M. Cabal y M. Insaurralde (Comps). *Tender puentes. Para enseñar y aprender en la educación superior* (pp. 313-319). Luján: EdUnlu.

Iglesias, A. I., Orlando, G., Fernandino, J., González, M. E., Valdez, H. (2018). *La formación de ingenieros y pedagogos en la UNSAM: innovaciones en el marco de un proyecto pedagógico compartido*. RAES, 10(17), 72-86.

Iglesias, A. I.; Rectorán, G.; Rigoni, C.; Rodríguez, L. y Terzián, C. (2018). Reflejos y polifonías de una trama pedagógica situada en el territorio educativo de San Martín (Cap. 5). En S. M. Muiños de Britos (Coord.), *Redes, puentes y vínculos entre la universidad y las escuelas secundarias* (pp. 145- 162). Buenos Aires: UNSAM Edita.

Iglesias, A. I. y Orlando, G. (2020). Entre médanos y bosques o cómo procuramos comprender las prácticas docentes interdisciplinarias". En *Actas del Primer Congreso Internacional de Ciencias Humanas "Humanidades entre pasado y futuro" (1ª. Ed.)*. San Martín: LICH-EH-UNSAM. Recuperado de: <https://www.academica.org/1.congreso.internacional.de.ciencias.humanas/tabs/proceedings>

Iglesias, A. I. y Orlando, G. (2020). *Prácticas Docentes Interdisciplinarias en Carreras en Ingeniería y Educación. Informe Final del PID 2019-2020*. Manuscrito inédito, Escuela de Humanidades, UNSAM.

Latour, B. (1997). *Jamais fomos modernos*. Sao Paulo: Editora 34 Ltda.

Litwin, E. (1996). El campo de la didáctica: La búsqueda de una nueva agenda. En *Corrientes didácticas contemporáneas* (pp. 91-115). Buenos Aires: Paidós

Litwin, E. (2008). *El oficio de enseñar*. Buenos Aires: Paidós.

Martínez Pineda, M. C. y Guachetá Gutiérrez, E. (2020). *Educar para la emancipación. Hacia una praxis crítica desde el Sur*. Bogotá: CLACSO. Universidad Pedagógica Nacional.

Rivero García, I. (2003). Intertextualidad, polifonía y localización en investigación cualitativa. *Athenea Digital* 3, 1-13. Recuperado de: <http://antalya.uab.es/athenea/num3/rivero.pdf> [15/12/2015]

Rivière, Á. (1986). *Razonamiento y representación*. Madrid: Siglo XXI

Samaja, J. (1993). *Epistemología y metodología. Elementos para una teoría de la investigación científica*. Buenos Aires: EUDEBA.

Sautu, R. (2019). Desafíos para la investigación en Ciencias Sociales: el papel de la metodología. En A. Reyes Suarez, J. I. Piovani y E. Potaschner (Comps.), *La investigación Social y su práctica: Aportes latinoamericanos a los debates metodológicos de las ciencias sociales* (pp. 75-110). La Plata: Universidad Nacional de la Plata. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación; Buenos Aires: Teseo; CLACSO Recuperado de: www.libros.fahce.unlp.edu.ar/index.php/libros/catalog/book/128 [24/03/22]

Serres, M. (Ed.). (1998). *Historia de las ciencias*. Madrid: Cátedra.

Shulman, L. (1989). Paradigmas y programas de investigación en el estudio de la enseñanza: una perspectiva contemporánea. En M. Wittrock. *La investigación de la enseñanza* (pp. 9 a 84). Madrid: Paidós.

- Sousa Santos, B. de. (2018). *Construyendo las epistemologías del Sur: para un pensamiento alternativo de alternativas*. Vol.2. Buenos Aires: CLACSO.
- Sousa Santos, B. de. (2021). *Descolonizar la universidad. El desafío de la justicia cognitiva global*. Buenos Aires. CLACSO.
- Souto, M. (1993). *Hacia una didáctica de lo grupal*. Buenos Aires: Miño y Dávila.
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Universidad de Antioquía: Contus.
- Toulmin, S. (1977). *La comprensión humana*. Madrid: Alianza.
- Valladares, L. 2022. Pedagogías del riesgo: alfabetización científica en tiempos de pandemia. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 19(1), 130100-130115. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=92068491002>
- Vienni Baptista, B. (2015). Los estudios sobre interdisciplina. Construcción de un ámbito en el campo de Ciencia, Tecnología y Sociedad. *Redes*. 21(41), 141-175.
- Wainerman, C. y Sautu, R. (1998). (Comps.), *La trastienda de la investigación*. Buenos Aires: Belgrano.



Las crónicas de clase como dispositivos de estudio en el nivel terciario. Análisis de situaciones didácticas

Maia Oliveira

Docente de escuelas públicas Ministerio de Educación del GCBA

Resumen

En este trabajo se analizará los alcances de las propuestas didácticas de la cátedra de Enseñanza de la Matemática III –P.E.P. N° 2 “Mariano Acosta”-, respecto de la elaboración de crónicas de clase, durante el período 2016-2018. Dichas propuestas tenían como finalidad ayudar a los procesos de estudio autónomos de estudiantes, proponiéndoles tomar un rol más activo durante el desarrollo del curso. Tomaremos los conceptos de “*sitio matemático*”⁹ y de “*praxeología matemática*”¹⁰ para dar cuenta de la complejidad de los procesos didácticos implicados en la elaboración de las crónicas de clase y de su utilización como *medio* de estudio.

Parabros clave: Proceso didáctico autónomo – Técnica didáctica – Sitio matemático – Praxeología matemática

Abstract

This work tries to analyze the scope of the didactic proposals of the course Mathematics III –P.E.P. N° 2 "Mariano Acosta" -, regarding the elaboration of class chronicles, during the period 2016-2018. These proposals were intended to help the autonomous study processes of the students, proposing them to take a more active role during the development of the course. We will take the concepts of "*mathematical site*" and "*mathematical praxeology*" to account for the complexity of the didactic processes involved in the preparation of class chronicles and their use as a means of study.

Keywords: Autonomous didactic process - Didactic technique - Mathematical site - Mathematical praxeology

⁹ DUCHET, P. y ERDOGAN, A. en *Pupil's autonomous studying: From an epistemological analysis towards the construction of a diagnosis* (2005). Presentado en: IV Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Sant Feliu de Guíxols, Catalonia, España.

¹⁰ CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. y GASCÓN, J. en *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje* (1997). Universidad de Barcelona, Barcelona, España.

Introducción

El siguiente trabajo fue realizado en el marco de una adscripción a la cátedra de Enseñanza de la Matemática III, en el Profesorado de Educación Primaria N° 2 “Mariano Acosta”, en la Ciudad Autónoma de Buenos Aires. La muestra considerada consta de estudiantes seleccionadas por su mérito académico en la materia durante los años 2016 a 2018, se cuenta así con cuatro cohortes donde fue implementada la propuesta. Este trabajo pretende servir, a modo descriptivo, para profundizar y analizar algunas de los efectos de las intervenciones docentes dentro de las cátedras del profesorado e intentar contribuir a consolidar el campo de la formación docente desde la especificidad didáctica de sus sujetos.

Se comenzará por mencionar que el presente trabajo se desarrolla en una institución educativa de nivel superior, por lo cual la población a la que atañe es adulta. Más adelante se desarrollarán algunas reflexiones vinculadas a esta característica que tendrá implicancias en las formas del contrato didáctico establecido quienes integran la comunidad educativa estudiada.

Sin embargo, podemos decir de modo general que los procesos de estudio propuestos en diferentes niveles tienen ciertas similitudes, especialmente los momentos de estudio autónomo por parte de las y los estudiantes. Durante estos momentos es esperado de ellos tomen una amplia gama de decisiones: seleccionar el material de trabajo que requerirán (sea este de producción propia o sugerido por un docente), identificar los elementos que componen a la obra estudiada (conceptos elementales, categorías de análisis, etc.), establecer relaciones entre dichos elementos, elaborar conclusiones propias, argumentarlas, validarlas y por último, ponerlas a prueba. Como se puede apreciar, los momentos de estudio autónomo distan de ser simples y solitarios, pues se nutren de lo que ocurre en las clases. Entenderemos a los procesos didácticos que suceden en las clases como generadores de otros procesos, también didácticos, que por necesidad deberán exceder los límites del aula y entablarse en un hacer a la vez individual y colectivo.

El lugar particular que le es asignado a las y los estudiantes durante estos momentos, como líder de su propio proceso (rol que suelen cumplir las y los docentes dentro de las instituciones educativas) y asistente a la vez; plantea un desafío particular: quien estudie deberá de responsabilizarse por la validez de las reflexiones sobre la obra estudiada. Ahora bien, lo dicho hasta aquí podría sostenerse para cualquier área o disciplina de conocimiento, todavía no hay una particularidad matemática en estos enunciados. Para adentrarnos en esta cuestión, es necesario remarcar que históricamente en las instituciones educativas el estudio en el área de matemática pareciera estar librado a la mera repetición de cálculos, fórmulas y “ejercicios”¹¹. Este último término en especial pareciera fortalecer esta mirada en la cual el estudio en matemática consiste en la reproducción de métodos elaborados por especialistas y verificados por un docente en el aula. Un hacer mecánico y sistemático cuyos sentidos y propósitos no son para nada evidentes a las y los estudiantes.

A diferencia de quienes investigan en matemática, estudiantes de un curso de profesorado están a la espera de la verificación de un docente de que sus respuestas son válidas, correctas. Entonces, quien se responsabiliza de dicha validación sigue siendo ese docente y no sus estudiantes. En el caso de las y los especialistas, esas

¹¹ Se utiliza esta terminología y no la palabra “problemas” o “actividades”, puesto que es la utilizada por las estudiantes entrevistadas durante el desarrollo de este trabajo.

validaciones deben asentarse sobre sus propios procesos de estudio autónomos¹². Pero entonces, ¿cómo se podrían generar espacios de reflexión donde las y los estudiantes se vieran obligados a actuar como líderes y guías de su propio proceso de estudio?

Si consideramos a cada curso como una comunidad, entonces las y los estudiantes de los cursos del profesorado deberán prepararse para actuar ellos mismos como especialistas en matemáticas frente a sus futuros estudiantes. No podríamos pretender que tomen tal posición si no se plantean en los proyectos didácticos del profesorado, momentos específicos para que se pongan en juego estas nociones. Entonces, como bien lo plantea una profesora de matemática entrevistada por Chevallard (1997): “¿Qué hacer para que el alumno sea a la vez alumno y matemático?” (p. 31)

A continuación se detalla en qué consiste el dispositivo de las crónicas de clase propuestas en el proyecto de la cátedra. Se mencionarán los propósitos iniciales desde su planificación, modificaciones que fueron ocurriendo durante su implementación y apreciaciones de varias estudiantes. Las estudiantes participantes en el dispositivo de entrevistas para el presente trabajo han sido seleccionadas por el desempeño que tuvieron a lo largo del período considerado. Más que estar relacionado a las calificaciones obtenidas por ellas, los criterios de selección estuvieron focalizados en la participación durante los momentos de trabajo colectivo en clase, los desarrollos teóricos en trabajos prácticos y parciales, así como en sus propuestas y análisis didácticos en la instancia de examen final de la cátedra.

El dispositivo de las crónicas de clase

La propuesta del dispositivo de las crónicas de clase viene a intentar superar un problema habitual en el estudio de la matemática: ¿cómo estudiar y prepararse para una instancia evaluativa sin recurrir al tradicional método de repetir ejercicios hechos en clase? En primera instancia debemos decir que la experiencia que aquí se relata no fue la primera aproximación a la utilización de este tipo de dispositivos didácticos como los son las crónicas de clase. Inicialmente esta tarea era realizada no en cuadernos sino a través de resúmenes digitales que se compartían a través del aula virtual de la cátedra. El éxito de la utilización del soporte digital fue relativo, durante la implementación del dispositivo con esta modalidad las crónicas no eran entregadas a tiempo (o a veces no eran hechas en absoluto), no mantenían una coherencia entre ellas siendo más bien la publicación de apuntes personales en un espacio virtual compartido, etc. Dadas esas situaciones se propuso que la escritura de las crónicas fuera hecha en un cuaderno; la virtualidad promovía la inmediatez y la velocidad, pero para estos momentos de estudio quizás haya que dejar lugar a la pausa para que sean verdaderos momentos de reposicionamiento de quien estudia, que precisa dejar de ser un mero espectador y comenzar a actuar como guía de su propio proceso didáctico.

Es así que el dispositivo de las crónicas de clase escritas en un cuaderno, con lápiz y papel, tuvo como principal objetivo que las y los estudiantes de la cátedra produjeran un material teórico para consultar en los momentos de estudio autónomo. De esta forma, al comenzar la cursada se presentó el dispositivo: al comienzo de cada clase se elegía a un integrante que debía llevarse como tarea extra la producción de una crónica. Esto implicaba ciertas reglas de juego: no podrían faltar a la clase siguiente (ya que sino no estaría disponible el cuaderno para que alguien tomara la posta), la crónica debía ser

¹² Cabe señalar que cuando utilizamos el término “autónomos” no nos referimos, necesariamente, a procesos individuales. Sino más bien lo utilizamos como sinónimo de “guiado por sí mismo”.

de fácil lectura y evidente para el resto del grupo y, por último, todos debían llevar el cuaderno por lo menos una vez durante la cursada. El cuaderno era revisado por el docente y la asistente, digitalizado y compartido en el aula virtual luego de su corrección. Se les aclara a las y los estudiantes que en las crónicas deben mencionar todo aquello que consideren pertinente de la clase, seleccionar qué y cómo contarlo será una tarea que deberán afrontar fuera de la clase. Cabe mencionar que usamos la expresión “fuera de la clase” y no “individualmente” dado que aunque el trabajo de escritura es mayormente individual, se nutre de otras escrituras previas o de comentarios y notas tomadas por otros miembros de la cátedra. Así lo explica una de las estudiantes entrevistadas: “Desde el día que comencé la cursada supe que el cuaderno un día iba a pasar por mí. Preferí entonces ofrecérmelo voluntariamente un día a llevarlo. Recuerdo que para completarlo tomé apuntes, y les pedí a dos compañeros más los suyos. Recapitulé la información y lo fui sintetizando en el cuaderno”.

Creemos que esta nueva modalidad del dispositivo permitió que cada estudiante pudiera sostenerse en los relatos y escrituras de las crónicas de quienes lo hicieron anteriormente, proponiendo así un intercambio fuera de la supervisión de la figura del profesor. Es decir, comienzan a entablarse relaciones horizontales y a discutirse la posibilidad de nuevas configuraciones de la comunidad de estudio fuera de la clase. Dado que en cada crónica, quien la escribe debe responsabilizarse por aquello que escribió, justificando sus decisiones y, en muchas oportunidades, aclarando dudas a otros miembros que ahora asumen la tarea de producir una crónica.

Además, la utilización del cuaderno no fue solo un cambio de soporte en el que se escribían las crónicas, sino que representó en su materialidad la producción de una escritura colectiva metacognitiva sobre el proceso de estudio de todo un cuatrimestre. Ya no eran, como solía suceder con sus versiones virtuales, escrituras aisladas que formaban un conjunto de relatos sobre unas clases de matemática; sino que pasaron a constituir, como lo denominó otra de las estudiantes una “hoja de ruta”. Se podía observar con claridad el trayecto recorrido, con las actividades y problemas desarrollados a lo largo de sus páginas, y un glosario de “palabras claves” en la última hoja. Dado que el campus virtual no permitía esta forma de visualización de las crónicas, creemos que ésta fue una de las modificaciones que permitieron promover su funcionamiento como una herramienta de uso cotidiano en la cátedra.

Es posible que, la propuesta de las crónicas de clase viene a desarmar un pensamiento bastante común en todo lo que respecta a las asignaturas escolares y esto es que tiende a considerarse como lo único verdaderamente importante del proceso didáctico, aquello que ocurre dentro del aula, cuando estudiantes y docentes se encuentran físicamente. ¿Entonces qué lugar queda para la tan conocida “tarea del hogar” o los “trabajos prácticos”? ¿Qué consideramos valioso de los momentos de estudio autónomo de nuestros estudiantes? Si están localizados fuera del aula, ¿podemos considerarlos procesos didácticos? Sí, definiremos a los procesos didácticos como aquellos procesos referentes al estudio. Por tanto, estos momentos no pueden dejar de ser contemplados en la planificación docente y propuestas didácticas. Así, Chevallard (1997) explica que los procesos de estudio incluyen, en sus posibilidades a los procesos didácticos escolares: *“En el caso de las asignaturas escolares, existe una tendencia a confundir la actividad de estudio con la enseñanza o, por lo menos, a considerar únicamente como importantes aquellos momentos del estudio en los que el alumno está en clase con un profesor. Se olvida entonces que el aprendizaje, entendido como el efecto perseguido por el estudio, no se produce sólo cuando hay enseñanza, ni se produce únicamente*

durante la enseñanza. El estudio -o proceso didáctico- es un proceso más amplio que no se restringe, sino que engloba, al "proceso de enseñanza y aprendizaje" (p. 58).

Es por ello que sostenemos que los procesos de estudio autónomo desarrollados por las y los estudiantes fuera de las clases deben poder apoyarse en lo que sucede dentro de ellas. Vale decir que estudiantes utilizan lo que sucede en una clase como instrumento para estudiar. En matemática esto se expresa en la necesidad de tener respuestas correctas, argumentadas y válidas. Durante los momentos de clase, el profesor se responsabiliza de proveer estas validaciones, pero cuando el estudio continúa fuera de los muros de la institución, las y los estudiantes necesitarán herramientas que permitan ser verdaderamente autónomos; es decir, guiarse a sí mismos. Como enuncia una profesora en los diálogos en el libro de Chevallard, Bosch y Gascón (1997), *"Los alumnos necesitan soluciones correctas porque para ellos son instrumentos para aprender. Tienen una necesidad matemática de origen didáctico."* (p. 30).

Así vemos como es necesario en matemática, hacer matemática o hacer trabajos matemáticos que nos permitan construir nuevos conocimientos enlazados a conclusiones previas; en el caso de los y las estudiantes, que hayan sido discutidas en clase. Vale decir que necesitamos aprender siempre a partir de lo que ya sabemos, actividad que puede no ser didáctica en sí, pero que nos permite comprender y desarrollar mejor una actividad didáctica, como lo son los momentos de estudio autónomo. En la producción de las crónicas esto se ve claramente; quienes escriben acerca de las clases, deben tomar elementos de ellas para luego, reformularlos de forma significativa, evidenciando qué estudiaron, reconociendo dudas y argumentando a favor de las conclusiones que considere válidas y pertinentes para utilizar cuando el profesor no pueda proveerlas. En palabras de una de las estudiantes entrevistadas: "Un aspecto que me resulta importante que aparezca en las crónicas son las *conclusiones parciales*. Generalmente en las clases de matemática del profesor, cuando hacemos un ejercicio surgen algunos conceptos o conclusiones parciales, pueden ser ciertas o no, que nos pueden servir o tal vez no, para la resolución. Pero en el camino son importantes para llegar al conocimiento."

Los roles del proceso didáctico

Ya hemos dicho que los procesos de estudio autónomo son aquellos en los cuales no necesariamente se realiza una tarea de forma individual (aunque es un formato común, especialmente en estudiantes de instituciones educativas de nivel superior), sino que el adjetivo autónomo en este caso hace referencia a procesos en los cuales un sujeto se guía a sí mismo. ¿En qué consiste entonces, guiarse a uno mismo? En todo proceso didáctico, es decir, en todo proceso de estudio, hay diferentes funciones que cumplen quienes integran la comunidad de estudio. En los ejemplos escolares encontramos a un o una docente que lidera el proceso y actúa como guía de sus estudiantes. En los casos en los que estudiantes u otros docentes intervengan en el proceso de planificación de la enseñanza, entonces actuarían como asistentes. Esto mismo sucede en otras configuraciones de comunidades de estudio, grupos de estudiantes que realizan tareas grupales (dentro y fuera de la institución), grupos de estudio (pueden estar o no vinculados a una institución educativa), equipos de investigación e incluso, el estudio individual de una asignatura escolar (nos referimos a una asignatura de cualquier nivel educativo).

En el caso particular al que nos referiremos, el estudio autónomo individual, quien realice esta tarea se enfrentará a un doble desafío: deberá actuar de guía y asistente a la vez. Aún más, deberá de identificar los momentos en los cuales es preciso actuar como guía y en los que será necesario actuar como asistente. Esto puede sonar simple, pero como cada una de estas funciones tiene acciones específicas, resulta complejo analizar qué acciones son pertinentes para cada momento y cómo es preciso desarrollarlas. Ahora bien, al asumir un proceso de estudio por sí mismo un estudiante debe poder reconocer qué es aquello que sabe para poder llegar a conocer lo que no sabe. Anteriormente explicamos nuestra forma de aproximarnos al conocimiento matemático implica hacer pequeños trabajos matemáticos que podamos resolver a partir de lo que ya sabemos. Es decir, para conocer un objeto O será preciso vincularlo con otros objetos diferentes de O , objetos ya conocidos. Las formas más tradicionalistas y enciclopedistas de las instituciones escolares proponen una fragmentación de los contenidos de enseñanza, por lo cual los aprendizajes son también fragmentados y sus posibles vínculos quedaban más relegados a la intuición o la suerte de quienes aprenden más que a una dimensión específica de la programación de la enseñanza. Si aprendemos nuevos conocimientos a partir de otros que ya conocemos, entonces los objetos y obras estudiadas no pueden no relacionarse entre sí; lo que es más, como docentes necesitamos hacer algunos de estos vínculos visibles.

Pierre Duchet y Abdulkadir Erdogan (2005), consideran al conjunto de objetos de conocimiento en relación a un objeto O como el sitio matemático de O . Estos autores consideran que el campo de objetos matemáticos cuyo estudio resulta relevante-o se presupone que lo es- para conocer un objeto científico determinado, O ; puede ser considerado como una red de objetos y relaciones, el *sitio matemático* de O . Para los y las estudiantes, el sitio matemático del objeto en cuestión se expresará en un campo de elementos significativos, ya investigados, conocidos y experimentados. En palabras de Chevallard podríamos compararlo a las “respuestas correctas” de las cuales habla la profesora en sus diálogos. Es decir, que este campo o sitio matemático de un objeto de conocimiento será, en un principio, los sentidos y contextos de ese objeto con los cuales quien estudia puede operar. Para luego ampliarse a nuevos sentidos y contextos que permiten la comprensión de otra dimensión del objeto estudiado.

Determinar cuáles de esos elementos del sitio matemático de O son necesarios para abordar un estudio específico no es una decisión sencilla. Habitualmente en las instituciones educativas es un docente quien realiza este trabajo; pero en la configuración del estudio autónomo individual, una misma persona deberá determinar el campo matemático sobre el cual operará (en otras palabras, deberá dar cuenta de qué elementos conoce de ese campo, cuáles objetos y relaciones resultan pertinente al estudio que se propone) y ampliarlo a través de procedimientos de argumentación, validación y evaluación de las nuevas conclusiones a las que arribe. El mayor obstáculo en esta tarea se plantea cuando quien estudia no puede discernir cuáles elementos del sitio matemático del objeto estudiado son los que resultan más pertinentes para el estudio de ese objeto. Por lo general muchos de esos objetos y relaciones que configuran el sitio matemático de O son aportadas o presentadas por un docente; es decir, que aquellas decisiones que un estudiante tome durante sus momentos de estudio autónomo estarán condicionadas por lo que sucede en clase. Por lo que, resulta necesario que como docentes, hagamos algunas de estas relaciones visibles e institucionalicemos procedimientos y técnicas de validación que permitan a nuestros estudiantes controlar sus procedimientos en los momentos de estudio autónomo. Debemos dar herramientas matemáticas para que el trabajo matemático que desarrollan los y las estudiantes cuando estudian autónomamente sea, además, un

proceso didáctico y no meramente la repetición de un algoritmo despojado de sus sentidos matemáticos, didácticos y sociales.

En el trabajo con las crónicas de clase, se propone entonces explicitar qué fue trabajado en clase, qué elementos, objetos y relaciones de ese campo matemático en cuestión conocemos o hemos discutido. Es decir, que en las crónicas se espera que aparezcan los instrumentos necesarios para ayudar a las y los estudiantes en su proceso de toma de decisiones durante los momentos de estudio fuera del aula. Esta explicitación no solo se expresa en las formas de planificación de las actividades, sino que también da lugar a las y los estudiantes para que pongan en valor y discriminen cuáles aspectos de las clases son prioritarios y necesarios de tener en cuenta al momento del estudio autónomo. Esto requiere por su parte, un verdadero trabajo de selección y anticipación de las necesidades que podrían aparecer cuando estudien por fuera de las paredes del aula; por lo cual, desde que una persona se ofrece a redactar la crónica de una clase, deberá durante esa misma clase, tomar apuntes, seleccionar, intervenir, decidir y anticipar, qué de todo lo que se discute, sucede y concluye será necesario, para abordar un proceso de estudio autónomo. Las crónicas tienen como función didáctica explicitar los objetos y relaciones de los campos matemáticos de los objetos y obras abordadas durante el desarrollo de las clases. Por ello se conforman en dispositivos de estudio, por tanto didácticos.

Hacer matemática

Para estudiar la obra matemática, es preciso hacer trabajos matemáticos que permitan integrar los conocimientos que se estudian en una forma lógica y significativa. Estos trabajos no tienen que ser necesariamente didácticos, es decir, no siempre que realizamos un trabajo matemático estamos realizando un trabajo didáctico. De hecho, esto ocurre más a menudo de lo que solemos reconocer. Por ejemplo, cada vez que tenemos un problema matemático (decidir sobre la conveniencia de una compra o financiación, decidir qué tendero permite colgar la mayor cantidad de ropa¹³, ayuda a otra persona a resolver una operación, etc.) realizamos un trabajo matemático para resolverlo sin preocuparnos por estudiar ese objeto. Muchas veces esto se debe a que ya conocemos la respuesta o conocemos al menos una forma de llegar a ella. Cuando nos encontramos en estas situaciones estamos *haciendo* matemática; estamos utilizando conocimientos matemáticos que nos resultan familiares o que sabemos con seguridad para resolver un problema. Ahora bien, podría suceder que terminemos por enfrentarnos a un problema que no podemos resolver, sea porque desconocemos la respuesta o porque los procedimientos que conocemos no son suficientes para acceder a una solución. En este caso, o bien recurriremos a alguien que pueda ayudarnos a resolverlo o deberemos estudiar el problema para encontrar una solución. En esta última situación volveríamos a encontrarnos en un proceso didáctico, pero ahora lo que nos interesa es pensar qué necesitamos para *hacer matemática*. Es decir, qué es requerido para abordar un trabajo matemático independientemente de si este está o no englobado en un proceso didáctico.

En una primera instancia, como sostienen Chevallard, Bosch y Gascón (1997): “*No es posible, ni para el matemático profesional ni para los alumnos de una clase de secundaria, actuar matemáticamente con verdadera eficacia sin entender lo que se está haciendo.*” (p. 274). Eso que se hace cuando se actúa matemáticamente es utilizar uno

¹³ Situación problemática propuesta en los diálogos por una periodista. CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. y GASCÓN, J., p. 17 (1997).

o varios procedimientos, acciones y prácticas que, dado que las hemos estudiado y las conocemos lo suficiente como para operar en ellas, nos permiten desarrollar un trabajo matemático y resolver el problema al que nos enfrentamos. Por tanto, si para actuar matemáticamente, es decir, *ser matemáticos* es preciso conocer los procedimientos y técnicas específicas del área para tomar decisiones sobre cómo utilizarlas, y a su vez, esas prácticas las adquirimos a través de un proceso didáctico de estudio sea o no dentro de una institución educativa; por lo que el desarrollo de una praxis matemática eficaz tiene que contemplarse como requisito para *hacer matemática*.

Entonces, ¿cómo podemos asegurarnos de desarrollar una praxis matemática eficaz? No puede haber tales prácticas sin corresponderse con un entendimiento de las organizaciones matemáticas a las cuales esas prácticas hacen referencia. Dado que todos aquellos procedimientos que utilizamos se sustentan (a la vez que también sostienen) en un cuerpo teórico específico, no es posible entonces actuar matemática y eficazmente sin comprender la teoría de aquello que se hace. Es decir, que como cualquier otra actividad humana, la matemática posee una dimensión práctica a la cual venimos mencionando como los procedimientos y técnicas institucionalizados socialmente; y una dimensión teórica que se materializa en los discursos razonados o, como mencionan Chevillard, Bosch y Gascón (1997), *logos*. Estas dos dimensiones de la actividad matemática son inherentes a ella e inseparables entre sí, por este mismo motivo anteriormente expresamos que no puede haber una práctica matemática eficaz sin la comprensión de las estructuras matemáticas que dan sentido a esas prácticas. Así, al considerar ambas dimensiones de la actividad matemática obtenemos una *praxeología matemática*, que se constituye por un determinado tipo de problemas, técnicas, procedimientos y teoría correspondiente. Si consideramos a la praxeología en general como una metodología de análisis de la actividad humana racional (es decir, con un propósito), entonces podemos entender a la *praxeología matemática* como una forma de análisis de los procesos de estudio de la obra matemática (esto podría decirse tanto de la obra matemática en su historia como área del conocimiento humano, así como en una situación más acotada como lo es un programa de una cátedra de profesorado). De esta forma entendemos que si una *praxeología matemática* está ligada a los procesos de estudio, entonces se involucra en los procesos didácticos (dado que estos los consideramos en su dimensión más amplia como todo lo relativo al estudio). Así las praxeologías que responden a un conjunto de problemas específicos se estructuran en base a técnicas didácticas, es decir, técnicas de estudio; a través de las cuales quien estudia, ya sea investigador, estudiante o docente, desarrolla técnicas didácticas situadas que le permiten reorganizar la obra estudiada. Vale decir que le permite construir una organización matemática situada, contextualizada y una praxeología a fin con su configuración de estudio.

Las crónicas de clase, por ejemplo, constituyen una técnica didáctica que permite, como dijimos anteriormente, constituir no sólo los *sitios matemáticos* que usaremos para dar sentido a los objetos estudiados; sino también re-estructurar la obra abordada en clase y construir una organización matemática específica, situada y a fin a nuestros objetivos de estudio. Es decir, que el trabajo de reflexión que se propone a partir de la producción de las crónicas de clase, implica un proceso de análisis metacognitivo, en el cual podemos dar cuenta del trayecto recorrido, de los objetos estudiados, de los problemas a los que nos enfrentamos y de las técnicas y teorías correspondientes en cada caso. Pensar a las crónicas de clase como una *praxeología matemática* nos permite poner en evidencia su carácter global a la vez que particular sobre el proceso de estudio desarrollado a lo largo de todo un cuatrimestre.

Estudiar matemática

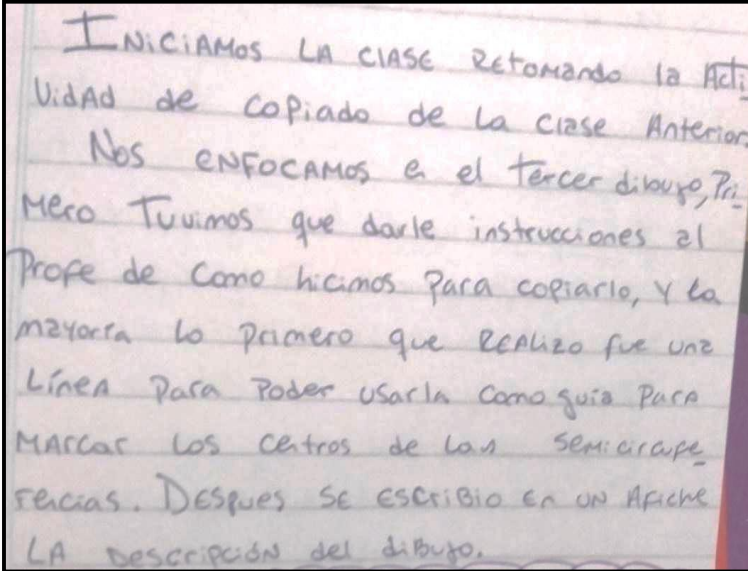
Como ya expresamos, la producción de las crónicas de clase se enmarca en una actividad de estudio autónomo; es decir, que estas escrituras se realizan fuera del marco de la clase. Entonces este dispositivo plantea una doble tarea; por un lado, será necesario hacer un proceso de selección de aquello que se decide recuperar en la crónica y dado que el destinatario no es únicamente quien escribe, se suma la dificultad de contemplar a las necesidades de estudio de la totalidad del grupo y no únicamente las propias. Por otro lado, para poder realizar una crónica las y los estudiantes debieron ejercer, previamente en el espacio de la clase, decisiones sobre la toma de notas de los temas vistos para recopilar todo el material necesario para la crónica. Se puede considerar que éste es uno de los motivos por los cuales las crónicas en su mayoría resultan exhaustivas en la descripción de los sucesos ocurridos durante la clase, ya que “no dejar nada afuera” se vuelve importante para incluir a todos los destinatarios.

Para facilitar el análisis de las crónicas de clase se propondrá clasificarlas en tres grupos o estilos: *estilo cronológico*, *estilo de relato o narrado* y *estilo sintético o de punteo*. Estas clasificaciones tienen por finalidad agrupar los registros de manera general, pero no son para nada estáticas ni absolutas. Los diferentes estilos presentan variaciones y combinaciones entre sí, por lo que no hablaremos de un estilo definido de registro sino de la predominancia de algunos aspectos de un estilo por sobre otros.

Generalmente, cuando realizamos una síntesis de un contenido estudiado lo hacemos de forma individual, es decir, el destinatario de esa escritura somos nosotros mismos. Motivo por el cual, nos damos la libertad de omitir ciertas informaciones y aclarar varias veces otras, o de priorizar algunos temas y mencionar otros de modo más superficial. Al realizar estas operaciones de conversión desde lo visto en clase y transformarlo en un objeto de estudio, nos vemos en la necesidad de tomar decisiones respecto de la extensión y la profundidad con la que elegiremos sintetizar cada objeto de conocimiento estudiado. En términos de Chevallard (1997), podríamos decir que el proceso de transformación del *saber enseñado* al *saber aprendido* se encuentra afectado por las variables subjetivas en el proceso de estudio. En cambio, al tener la crónica un carácter público, es requerido por parte de los y las estudiantes que tomen en consideración las características de la comunidad de estudio a la hora de decidir cómo tiene que ser explicado un tema, qué ejemplos se utilizarán, si es que son necesarios varios de ellos o con uno es suficiente, la cantidad de terminologías propias del área que se incluyen en los textos, la estructura de la escritura (si debiera desenvolverse en forma de relato o es un punteo de las discusiones y conclusiones abordadas), etc. Entonces, aquello que las y los estudiantes deciden escribir en una crónica tiene que cumplir como condición fundamental que pueda ser leído e interpretado por otros que forman parte de la misma comunidad de estudio.

En este sentido, todo lo que refiere a lo común del grupo o comunidad de estudio se refleja en la escritura de las crónicas y puede resultar de ayuda a medida que transcurre el cuatrimestre para utilizar recursos muy reiterados en resúmenes anteriores; relevando así las condiciones didácticas específicas del grupo. Por ejemplo, muchas de las crónicas comparten un formato común que denominamos cronológico, el cual tiene como característica fundamental el nombrar los sucesos y actividades de la clase exactamente en el orden en el cual sucedieron desde el inicio hasta el cierre de la clase. Suelen comenzar con frases como “Iniciamos esta clase recordando lo trabajado” (Figura 1), “Retomando lo que vimos la clase pasada”, “Iniciamos la clase retomando la actividad anterior”, etc. Lo cual además de denotar una situación habitual considerada en la planificación de los contenidos, habla de una importancia significativa que se le

daba a la necesidad de vincular las conclusiones previas con las siguientes y mostrar la provisoriedad del conocimiento que se iba construyendo. En este tipo de crónicas de estilo cronológico, es notoria la utilización del lenguaje natural para hacer referencia a las actividades, discusiones y conclusiones estudiadas. Es decir, prevalece el uso de la descripción de lo que se hizo en clase por sobre la utilización de dibujos, gráficos y utilización del lenguaje matemático (Figura 2).



INICIAMOS LA CLASE RETOMANDO LA ACTI-
VIDAD DE COPIADO DE LA CLASE ANTERIOR.
NOS ENFOCAMOS A EL TERCER DIBUJO, PRi-
MERO TUVIMOS QUE DARLE INSTRUCCIONES AL
PROFE DE COMO HICIMOS PARA COPIARLO, Y LA
MAYORIA LO PRIMERO QUE REALIZO FUE UNA
LINEA PARA PODER USARLA COMO GUIA PARA
MARCAR LOS CENTROS DE LAS SEMICIRCUF-
RENCIAS. DESPUES SE ESCRIBIO EN UN AFICHE
LA DESCRIPCION DEL DIBUJO.

Figura 1: Crónica de estilo cronológico. Fuente propia

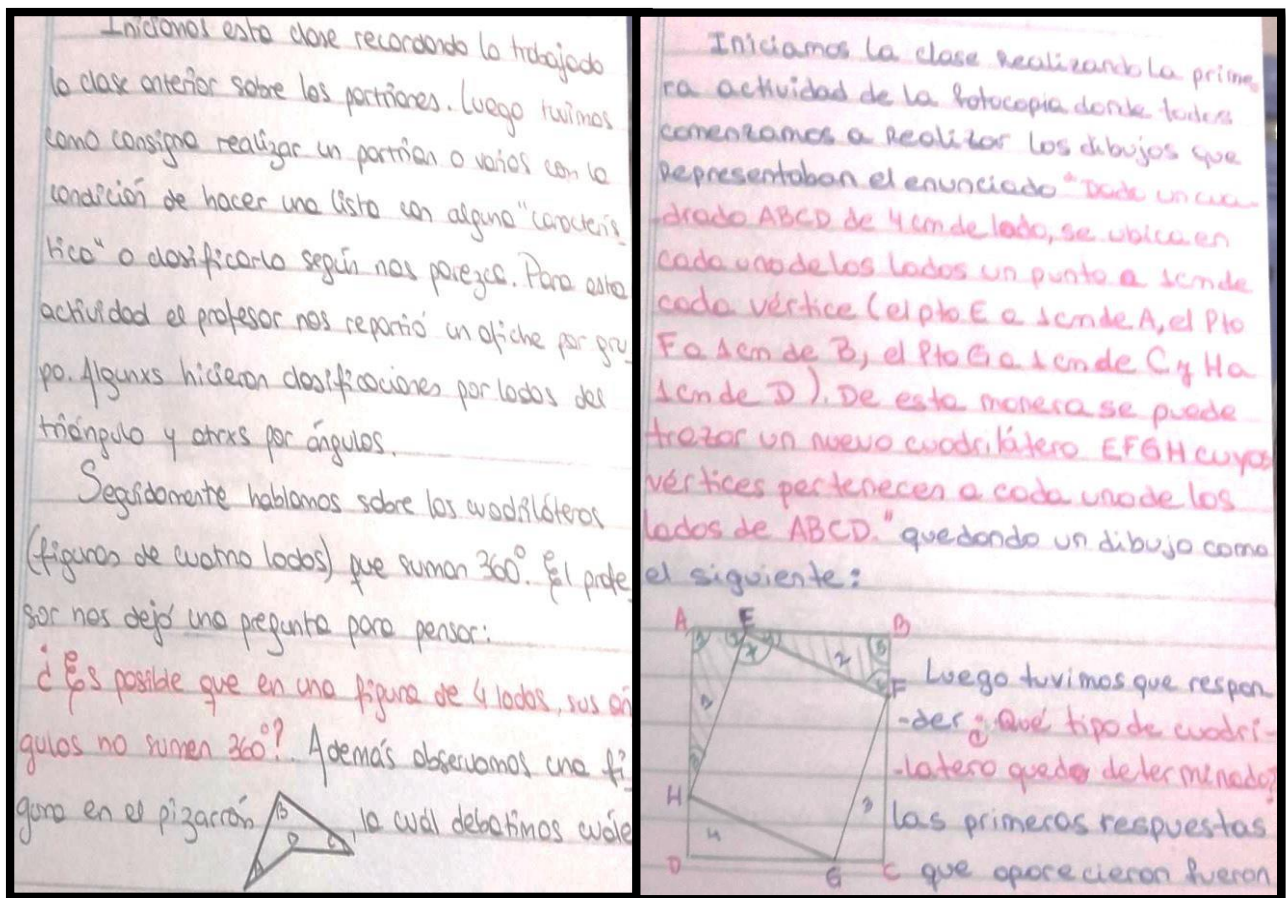


Figura 2: Crónicas de estilo cronológico con gráficos. Fuente propia

Otra característica particular de este estilo de registro que también comparte con los estilos narrados, es que dan una gran importancia a los "haceres" llevados a cabo durante la clase, y predominan acciones como dibujar, comparar, discutir, copiar, resolver, argumentar, decidir, acordar, etc. A esta reflexión podemos agregar que hay una distinción y una valoración equivalente entre los haceres particularmente matemáticos, aquellos que refieren a actividades o consignas específicas del trabajo matemático: "copiar", "resolver", "dibujar"; y haceres didácticos o de estudio, como "acordar", "argumentar", "discutir" y "decidir". Estas cuestiones denotan una característica colectiva de las propuestas de la cátedra y una valoración acerca de aquello que se nos presenta como necesario a la hora de conformar una comunidad de estudio, que es el acuerdo (muchas veces implícito) de las expectativas y condiciones didácticas específicas del grupo. En otras palabras, en estos estilos de registro se da un papel protagónico a la forma que toma el contrato didáctico entre docentes y estudiantes evidenciando las formas y metodologías de trabajo habituales utilizadas en las clases.

Iniciamos la clase hablando sobre porqué era necesario dar la 1ra parte de la secuencia de ejercicios, antes que trabajar con la 2da parte.

En la primera parte los los estudiantes perciben que el compas aparte de trazar dar una medida, sirve para hacer circunferencias. Los los estudiantes son a tener la idea de que la circunferencia es aquello que se dibuja con el compas.

En la act. 1 parte dos los los estudiantes logran entender lo que es una circunferencia, es decir, un conjunto de puntos que están a igual distancia del centro.

En la act 2 parte dos los los estudiantes son a poder utilizar el compas. Es probable que a la hora de realizar el grafico hagan 2 circunferencias, lo que me pareció correcto teniendo en cuenta lo que dice

Figura 3: Crónica de estilo cronológico/narrado. Fuente propia

En las crónicas de estilo narrado, la sucesión de actividades no está dispuesta de forma lineal sino que se propone un ida y vuelta entre diferentes momentos de la clase y se priorizan las discusiones entendidas como procesos de reflexión sobre las actividades realizadas. Este formato suele estar acompañado por imágenes, fotos, dibujos y gráficos que muestran anotaciones del pizarrón y escritura de las puestas en común desarrolladas en las clases. Si bien ésta no es una característica exclusiva del estilo narrado, aparecen con frecuencia. Una posible hipótesis de porqué en este tipo de crónicas aparecen más elementos de tipo gráfico es que resulta complejo explicar y explicitar los procesos de estudio desarrollados durante las clases y el contenido matemático en sí (Figuras 4 y 5). Así es que la necesidad de incorporar estos modelos explicativos deriva de la complejidad que conlleva explicar los procesos de estudio llevados a cabo, especialmente en temáticas donde el pensamiento lógico-deductivo y argumentativo que se utiliza en el estudio de la geometría necesita del lenguaje matemático para evidenciar las relaciones entre los objetos estudiados. Por ello, en este estilo de registro se denota un mayor uso del lenguaje simbólico por sobre el uso del lenguaje natural para recuperar los contenidos trabajados.

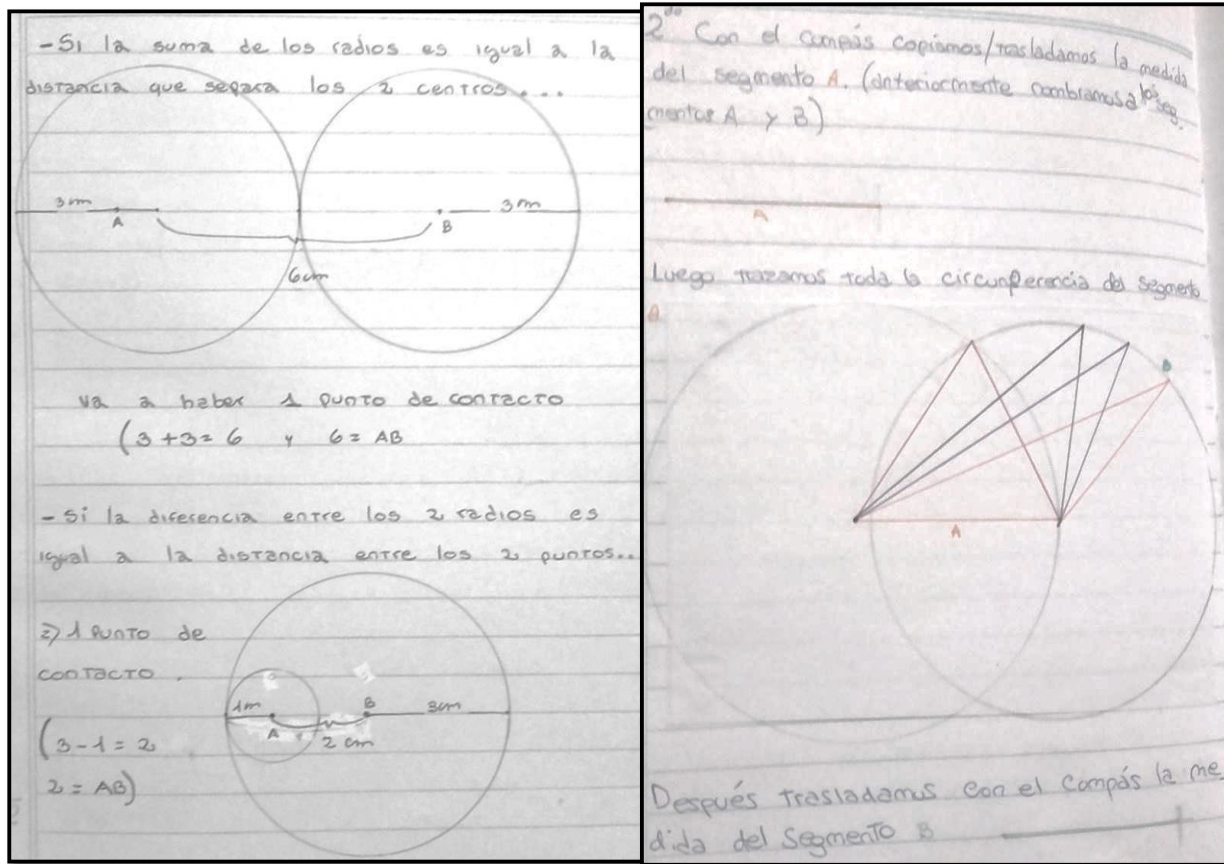


Figura 4: Crónicas de estilo narrado con imágenes geométricas. Fuente propia

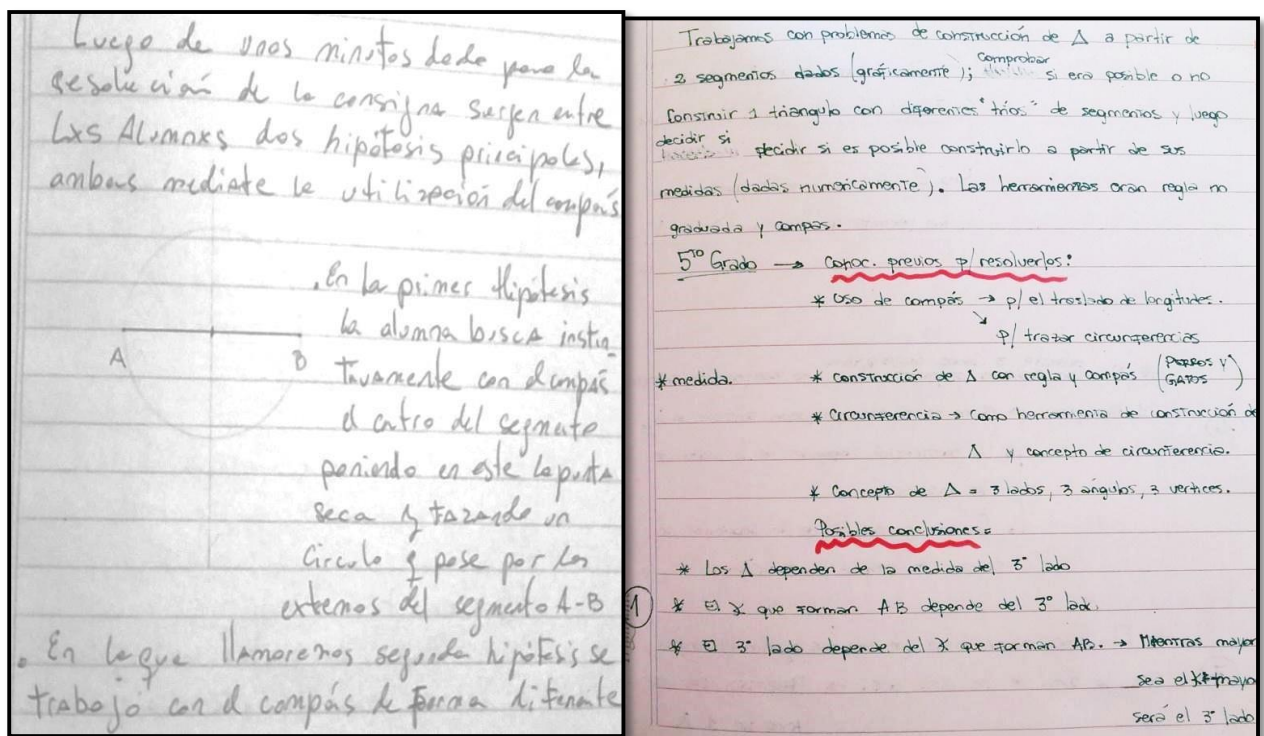


Figura 5: Crónicas de estilo narrado. Fuente propia

Por último, en las crónicas que clasificaremos como de estilo sintético, encontramos una priorización de los contenidos “duros” del campo matemático, específicamente de la geometría como área de conocimiento (Figura 6). En este tipo de registro no aparecen tan desglosadas las actividades realizadas en clase ni las discusiones llevadas a cabo; sino que se relevan como prioritarias las definiciones, conceptos, relaciones y conclusiones abordadas (Figuras 6 y 7). No suelen aparecer en este estilo referencias a los contenidos didácticos de la materia, sobre las formas de pensar una posible secuenciación de contenidos, o las variables didácticas consideradas para adecuar las actividades a las preguntas que quieren ser retomadas en las discusiones de los momentos de puesta en común, etc. Este estilo de escritura no pone de relieve las implicancias metodológicas y didácticas del estudio de la geometría escolar y su planificación.

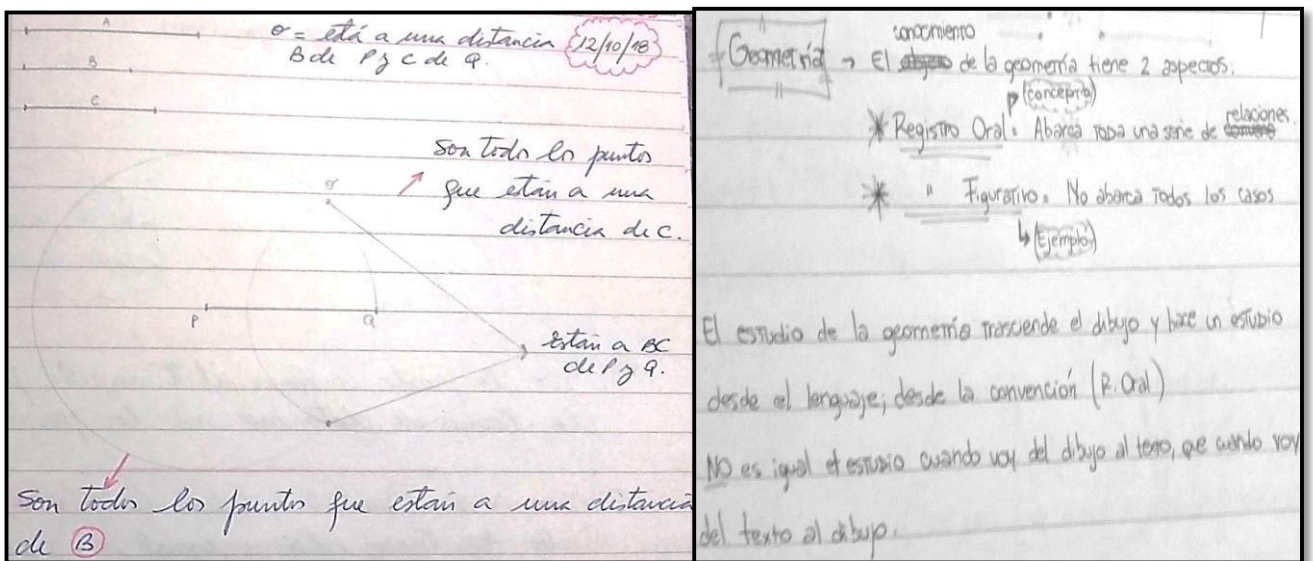


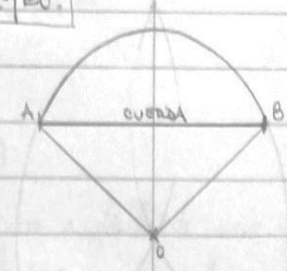
Figura 6: Crónicas de estilo sintético. Fuente propia

Polígonos (Clasificación)

- ① 3 \angle iguales agudos o acutángulo.
3 l distintos (\neq). $\angle \neq$ o escaleno.
- ② 2 l = 2 $\angle \neq$ o isósceles
3 \angle agudos = acutángulo
- ③ 1 \angle recto o rectángulo
3 l \neq . 3 \angle distintos o escaleno
- ④ 1 \angle recto rectángulo
2 l = 2 \angle isósceles
- ⑤ 3 l cong. equilátero acutángulo
- ⑥ 3 l distintos
3 \angle . " 1 \angle obtuso.
- ⑦ 2 l cong.
2 \angle " 1 \angle obtuso. obtusángulo isósceles

ARCO \Rightarrow Todo los puntos de la Circunferencia que equidistan de un centro, determinados por una cuerda.

CUERDA \Rightarrow Un segmento determinado por dos puntos de una circunferencia. Es un segmento.
El segmento de mayor longitud y que pasa por el Centro de la Circunferencia es el **DIÁMETRO**.



Nota: Resto de Problemas Para Resolver POR SI MISMOS.

Figura 7: Crónicas de estilo sintético. Fuente propia

De las treinta y dos crónicas analizadas, aproximadamente doce de ellas se corresponden con un estilo narrado, diez con el estilo cronológico y las diez restantes con un estilo sintético o de punteo de contenidos. Decimos que esta estadística es aproximada porque, como anticipamos en párrafos anteriores, estas clasificaciones no son absolutas sino que establecen regularidades entre los diferentes formatos de registro para poder establecer un criterio de análisis sobre qué recuperan estos resúmenes de lo trabajado durante las clases de las cursadas y cómo eligen transmitirlo al resto de los integrantes. De esta forma vemos que no hay predominancia de un estilo de crónica sobre otro, sino que, aunque con modalidades diferentes, todas parecen brindar a los grupos de estudio una buena presentación de los contenidos analizados en las cursadas. Suponemos que el estilo narrado sea un poco más frecuente que los otros dos, esté relacionado al hecho de que las construcciones del conocimiento no son lineales y unidireccionales, sino que se implican en un proceso de establecimiento de relaciones entre diferentes objetos del mismo campo, en este caso, en el campo de la geometría escolar. Por lo cual, dedicar parte de la explicación a narrar diferentes

sucesos de las clases que permiten arribar a reflexiones colectivas sea más fácilmente realizable a través de un estilo narrado que a través de un punteo de contenidos, conceptos o actividades. El estilo narrado tiene como característica principal que permite desarrollar problemas didácticos a partir del relato de los sucesos de la clase y promueve de este modo, la reflexión sobre ellos. Resulta deseable que en las asignaturas del profesorado los y las estudiantes tengan verdaderas oportunidades para revisar y reflexionar sobre prácticas pedagógico-didácticas, ya que se espera que estas instancias repercutan de forma positiva en su futuro desempeño como docentes.

Finalmente, traemos algunas reflexiones de Jimena Morillo (2010) donde expone que *“...más allá del modo de escritura que cada uno elija, caracterizado por diferentes decisiones tomadas en lo relativo a la extensión, a la selección de ejemplos, a la utilización de representaciones icónicas, a la elección del vocabulario o al nivel de abstracción, lo esencial es que dichas conclusiones sirvan a quienes las elaboraron para volver a ellas y recordar aquello que pensaron al redactarlas”* (Morillo, 2010, p. 18). Coincidimos con la autora en que no hay una única manera de recuperar lo trabajado en una clase, dada la multiplicidad de miradas que aportan las y los estudiantes a través de sus crónicas. En ellas es posible evaluar qué es aquello que les resulta más importante de cada clase, por qué lo consideran así y qué representaciones sirven más a la finalidad de ser comunicables para el resto de la comunidad de estudio. Entonces, entendemos que la elaboración de las crónicas no es solo un dispositivo que sirve a los momentos de estudio autónomo de las y los estudiantes, sino que se vuelve una importante herramienta para la planificación docente y su reformulación a lo largo de las cursadas.

Conclusiones

Durante el período de implementación del dispositivo de las crónicas de clase se comprobó una mayor participación en clase de los y las estudiantes. A menudo las crónicas servían para referenciar conceptos ya vistos y desarrollados en otras oportunidades. En este sentido, las crónicas actuaban como una forma de acceso rápido al recorrido realizado y permitían una interacción con esa trayectoria. Del mismo modo en que las carpetas escolares sirven de apoyo al desarrollo de las lecciones siguientes, las crónicas aportaban la posibilidad de volver a transitar el pasado con nuevas preguntas. De este modo tanto la planificación docente clase a clase, la preparación de los exámenes y las instancias de evaluación, la interacción entre estudiantes más allá de la mirada del profesor y el compromiso con la comunidad de estudio que se irían conformando a medida que avanzaba el cuatrimestre fueron “tocadas” por la acción de las crónicas. Esta forma de guardar memoria de lo transitado de forma colectiva posibilitó construir parámetros y criterios comunes dentro del contrato didáctico entre estudiantes y docentes, tanto en los diálogos y lenguaje utilizados en las clases como en las instancias evaluativas.

El dispositivo de las crónicas de clase pone en tela de juicio las nociones tradicionalistas sobre el estudio de la matemática, donde estudiar significaba memorizar y repetir “al pie de la letra” una serie de fórmulas-receta carentes de sentido y significación para el estudiantado. Por otro lado, permite construir insumos para los momentos de estudio autónomo de las y los estudiantes que deberán asumir más de una función al enfrentarse a los problemas estudiados. Por último, sostenemos que permiten la conformación de una escritura colectiva y un ejercicio meta-cognitivo, al permitir evidenciar las técnicas didácticas elaboradas por la comunidad de estudio de la cátedra.

A medida que se van redactando, las crónicas muestran con claridad cuáles son los conceptos relevados en cada una de las clases y en relación a cada tipo de problemas estudiados. Por lo cual explicitan y hacen visible un conjunto de objetos y relaciones, el *sitio matemático* de la obra estudiada. Esto facilita los procesos de estudio autónomo, dado que restringe el campo de pertinencia de algunos objetos por sobre otros y hace más fácil la toma de decisiones durante los momentos de estudio autónomo. Es decir, constituye un *medio*¹⁴ de estudio.

Las crónicas permitieron unificar y explicitar un conjunto de tecnologías, técnicas, procedimientos, discursos y teorías que resultan útiles cuando precisamos dar cuenta de las organizaciones matemáticas que elaboramos durante el estudio. De este modo, las crónicas constituyen un instrumento de andamiaje entre conocimientos ya elaborados y en elaboración, actuando como un fondo común de verdades matemáticas (aunque su carácter situado implica que su intervención es limitada a la comunidad de estudio que le da origen, en este caso, cátedras de Enseñanza de la Matemática III en un instituto de formación docente), sobre el cual los y las estudiantes pueden sostenerse para direccionar sus propios procesos de estudio autónomo e intervenir desde esta conversión de roles, donde toman un papel de guía y asistente de sí mismos.

No podemos dejar de mencionar que fueron sucediendo algunas modificaciones a las condiciones de uso de las crónicas, las reglas presentadas al comienzo de este trabajo se fueron desprendiendo a partir de problemas y acuerdos establecidos con los diferentes grupos. Controlar aquello que se escribe en las crónicas resulta una operación riesgosa, al mismo tiempo que, en cierta medida, necesaria; ya que muchas veces el contenido propiamente matemático se hacía mucho más presente que las reflexiones pedagógico-didácticas que en realidad son el corazón de la propuesta en la formación docente. Entonces, ¿qué nuevas técnicas didácticas se podrían pensar para tratar la elaboración de las crónicas y reelaborar el contenido que presentan para asegurar un “balance” entre lo didáctico y lo matemático? Sabemos que la línea que divide ambas dimensiones del saber es borrosa y aún más en una cátedra que puntualmente estudia la didáctica de la matemática, pero quizá a fines de promover procesos de estudio cada vez más autónomo dentro de las comunidades del profesorado, valga la pena pensar en criterios de análisis y el alcance de los procesos matematizantes en la didáctica escolar.

Bibliografía

Chevallard, Y.; Bosch, M. y Gascón, J. (1997) en *Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*. Universidad de Barcelona, Barcelona, España.

Chevallard, Y. (1997) en *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Editorial Aique, Buenos Aires, Argentina.

Duchet, P. y Erdogan, A. (2005) en *Pupil's autonomous studying: From an epistemological analysis towards the construction of a diagnosis*. Presentado en: IV

¹⁴ A lo largo de su obra, Chevallard, Bosch y Gascón utilizan el término *medio* para hacer referencia a: por un lado, “algo que sirve para”, es decir, un instrumento para llegar a un fin; pero por otro lado, también es utilizada como “campo de acción de”. En este caso, cuando hablamos de las crónicas como *medios* de estudio hacemos referencia a ambas acepciones a la vez. Dado que es un instrumento que sirve para abordar el proceso de estudio, al mismo tiempo que constituye el campo matemático en el cual deberán actuar los estudiantes.

Congress of the European Society for Research in Mathematics Education. Sant Feliu de Guíxols, Catalonia, España.

Morillo, M.J. (2010). La escritura autónoma de conclusiones en el área de matemática. En La enseñanza de las prácticas del lenguaje. Buenos Aires: 12ntes.

Materiales y fuentes primarias

Entrevistas realizadas a estudiantes del profesorado en las cátedra del período 2016-2018.

Cuadernos de crónicas de clase elaborados en el período 2016-2018.



Congruencia de triángulos y software de geometría dinámica: secuencia didáctica para secundaria vía transformaciones geométricas

Carlos Roberto Pérez Medina <https://orcid.org/0000-0001-6601-8826>

Instituto de la Educación y el Conocimiento, Universidad Nacional de Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur, Río Grande, Provincia de Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur, Argentina

Resumen

Se presenta el diseño de una secuencia didáctica creada para el trabajo de campo de una investigación sobre prácticas matemáticas y razonamiento geométrico con software de geometría dinámica. La secuencia analiza la congruencia de triángulos vía transformaciones geométricas con GeoGebra en el nivel secundario. La fundamentación conceptual de la secuencia se construye desde la contrastación de la definición geométrica del concepto de congruencia con la manera como lo conciben GeoGebra y los libros de texto. La presentación del diseño expone los aspectos curriculares, metodológicos y conceptuales que favorecen aprovechar el potencial del dinamismo del software. La propuesta consiste en presentar actividades prácticas y problemas abiertos que se abordan desde el enfoque transformacional de la congruencia de triángulos en un entorno dinámico. De esta manera, es posible promover el desarrollo de procesos cognitivos propios de la actividad matemática.

Palabras clave: Congruencia de triángulos – Isometrías en el plano – GeoGebra – Nivel secundario – Problemas abiertos.

Abstract

The design of a didactic sequence created for the fieldwork of research on mathematical practices and geometric reasoning with dynamic geometry software is presented. The sequence addresses the congruence of triangles via geometrical transformations with GeoGebra at the secondary level. The conceptual foundation of the sequence is built from the contrast of the geometric definition of the concept of congruence with the way GeoGebra and textbooks conceive it. The presentation of the design exposes the curricular, methodological and conceptual aspects that favor taking advantage of the potential of the software's dynamism. The proposal consists of presenting practical and open problems that are approached from the transformational approach of congruence of triangles in a dynamic environment. In this way, it is possible to promote the development of cognitive processes typical of mathematical activity.

Keywords: Congruence of triangles – Isometries in the plane – GeoGebra – Secondary level – Open problems.

Introducción

La investigación didáctica sobre la enseñanza del concepto de congruencia ha sido desarrollada, entre otros, por Escudero (2003a; 2003b; 2005). La autora plantea que hay dos formas de aproximarse al concepto de congruencia: a través de la relación

intrafigural o como transformación geométrica. La primera se refiere a destacar la correspondencia entre los elementos de una figura y los de su congruente a partir del examen de los criterios que determinan la congruencia. Es la aproximación que tradicionalmente se usa tanto con figuras “quietas” en ambientes de papel y lápiz, como en Ambientes de Geometría Dinámica (AGD). La segunda forma de aproximación al concepto de congruencia, como transformación geométrica, nos remonta a la geometría griega, el primer periodo reconocido de la evolución histórica de este concepto. Es una de las nociones comunes que plantea Euclides en el libro I de Los Elementos: dos figuras son iguales si al superponerlas coinciden. Esta idea es conocida como el principio de superposición de figuras, que se refiere a mover una figura en el plano para que coincida con otra. Ello deja ver que ya existía una idea implícita de estudiar la congruencia bajo la noción de movimiento, sin embargo, es apenas una interpretación que se hace hoy del trabajo de Euclides sobre el tema de congruencia, puesto que las transformaciones no existían en la geometría griega como tal (Bourbaki citado en Escudero, 2005).

Posteriormente, la noción de congruencia fue evolucionando a través de numerosas generalizaciones a lo largo de los siglos, hasta llegar a considerarla como transformación geométrica, tal y como se define actualmente en matemática: una transformación geométrica (en el plano o en el espacio) que cumple una serie de propiedades (Escudero, 2003a; 2003b). Es por ello que, dentro del estudio de la geometría de las transformaciones geométricas del plano, se demuestra que toda congruencia es la transformación resultante de la composición de movimientos (Coxeter, 1971; Puig, 1986). De lo que se desprende que la evolución histórica de la congruencia está íntimamente relacionada con la evolución de las transformaciones geométricas y, en particular, con movimientos.

Una característica común de las propuestas de enseñanza de la congruencia de triángulos, aún en AGD, es que se aproximan al concepto a través de la relación intrafigural. En este sentido, el tipo de tarea que se propone al estudiante (Castro, de la Torre y Zacarías, 2006) es que dadas dos figuras verifique si cumplen la relación de congruencia a partir de los criterios que establecen las relaciones numéricas que se dan entre los lados o ángulos de las figuras. El desarrollo de este tipo de tarea en un AGD, implica básicamente el uso de herramientas de medida, calculadora y el arrastre del software, análogo al uso de la regla y el compás para medir en papel y la calculadora para hacer los cálculos numéricos. Es una forma de uso del software que probablemente no tenga en cuenta su potencial del dinamismo para el aprendizaje de la geometría.

En este orden de ideas, en este artículo se presenta el diseño de una secuencia didáctica para la enseñanza de la congruencia de triángulos vía transformaciones geométricas con GeoGebra, creada para el trabajo de campo de una investigación sobre prácticas matemáticas y razonamiento geométrico con SGD (Pérez, 2019; 2021). La elección de la congruencia de triángulos como contenido de enseñanza de la geometría para el análisis, se fundamenta en que la perspectiva de transformación geométrica en AGD supera la perspectiva intrafigural en la que se basan otros investigadores (Pérez, 2007), y que el diseño de la secuencia atiende una concepción de problema abierto. Este, entendido como una tarea no tradicional rutinaria de usar los criterios de congruencia para comprobarla, que implica que la o el estudiante elabore una construcción geométrica de su propia inventiva sobre una figura dada en el SGD, con la cual deba hacer un proceso de exploración para poder dar respuesta a la pregunta del problema.

Un marco de referencia para la congruencia de triángulos

La delimitación conceptual de la congruencia de triángulos que fundamenta la secuencia didáctica se construyó comparando su definición geométrica con la que se asume desde GeoGebra y la que sustentan los libros de texto que se usan en la escuela donde se desarrolló el trabajo de campo.

A partir de la definición geométrica, se asume que la congruencia en geometría es una relación entre dos objetos que tienen atributos medibles y se establece por la igualdad de las medidas de dichos atributos. Se suele distinguir ser congruente de ser igual, cuando se considera que la congruencia es una relación entre figuras geométricas y la igualdad una relación entre números. En el caso en que las dos figuras sean exactamente la misma, se dice que son iguales. Para triángulos, la congruencia se puede considerar como una correspondencia o una superposición, esta última corresponde a la forma como Euclides concibió la congruencia en el Libro I (Euclides, 1991) asumiendo un principio sin mencionarlo explícitamente, que más tarde Reimann (1826-1866) y Helmholtz (1821-1894) llaman el “Axioma de libre movilidad” (Heidelberger, 1993). En esa concepción de superposición de figuras está implícita la idea de movimientos en el plano, lo cual da lugar al enfoque transformacional de la congruencia.

Congruencia en SGD: El Caso de GeoGebra

La congruencia para el software GeoGebra es una relación entre dos objetos geométricos que se verifica a través de un comando que evalúa la igualdad en la medida de ambos y devuelve un valor de verdad. Por lo tanto, se aplica solamente a objetos que tienen un atributo de medida como segmentos, ángulos y polígonos, existentes en la ventana gráfica. Es el comando `SonCongruentes(<Objeto>, <Objeto>)` que devuelve *true* si los objetos son congruentes o *false* si no lo son, en ambos casos aparece en la ventana algebraica como Valor Lógico. Estos no son objetos visibles en la ventana gráfica, tienen deshabilitada dicha opción. En la siguiente tabla se explicita la sintaxis a usar en el comando dependiendo del tipo objeto y qué evalúa del mismo según el caso.

Objeto	Sintaxis	Qué evalúa
Segmento	<code>Segmento (<Punto (extremo) >, <Punto (extremo) >)</code>	Longitud
Ángulo	<code>Ángulo (<Punto (lateral) >, <Vértice >, <Punto (lateral antihorario) >)</code>	Amplitud
	<code>Ángulo (<Lado (recta, semirrecta o segmento) >, <Lado (recta, semirrecta o segmento) >)</code>	
Polígono	<code>Polígono (<Punto >, ..., <Punto >)</code>	Área

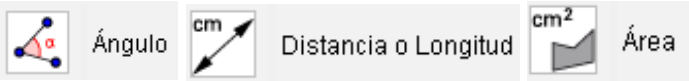
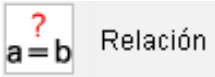

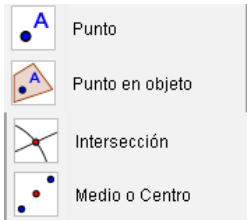
Tabla 1. Sintaxis y qué evalúa comando `SonCongruentes` según objeto. Fuente: Elaboración propia

El comando `SonCongruentes (<Objeto>, <Objeto>)` es distinto del que evalúa igualdad que es `SonIguales (<Objeto>, <Objeto>)`, ya que esta se refiere a que los objetos sean el mismo.

Herramientas de GeoGebra para el estudio de la congruencia

GeoGebra dispone de diferentes tipos de herramientas para trabajar la congruencia dependiendo de cómo se la quiera estudiar. Si se asume que la congruencia es una correspondencia entre figuras, para la que se debe verificar la igualdad en la medida, se dispone de las herramientas para medir o del comando

`SonCongruentes (<Objeto>, <Objeto>)`; si se asume que la congruencia es una transformación isométrica se distinguen dos opciones: se construyen las transformaciones a través de las herramientas de construcción o se aplican las transformaciones a través de las herramientas de transformaciones definidas en el menú. Las herramientas se explicitan en la tabla 2.

Concepto de congruencia soportado	Herramientas
Correspondencia entre figuras	<p>Bloque de mediciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Determinan la medida del objeto  <ul style="list-style-type: none"> Determina si dos objetos tienen la misma medida  <p>Comando: <code>SonCongruentes [<Objeto>, <Objeto>]</code></p>
Transformación isométrica	<p>Bloque de transformaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> Son procedimientos automatizados que permiten aplicar una transformación a través de la selección del objeto a transformar y el(los) objeto(s) que determina(n) la transformación.  <ul style="list-style-type: none"> Las transformaciones también se pueden construir usando las siguientes herramientas: <p>Bloque puntos:</p> 
















	Bloque rectas:	 Recta  Segmento  Segmento de longitud dada  Semirrecta  Vector
	Bloque trazados:	 Perpendicular  Paralela  Mediatriz  Bisectriz
	Bloque polígonos:	 Polígono  Polígono regular
	Bloque circulares:	 Circunferencia (centro, punto)  Circunferencia (centro, radio)  Compás
	Bloque incorporaciones:	 Deslizador

Tabla 2. Herramientas de GeoGebra para congruencia según punto de vista matemático. Fuente: Elaboración propia

Secuencia didáctica

Aspecto Curricular

Para darle coherencia al trabajo de campo de la investigación con el marco curricular de la escuela en la que se realizaba, se adoptó la distribución de contenidos del Diseño Curricular (Ministerio de Educación de Río Negro, 2007) para diseñar las actividades del trabajo de aula. Para el área de Matemática, se organizan los contenidos en seis ejes temáticos: Número, Operaciones, Geometría, Medida, Lenguaje Gráfico y Algebraico, Estadística y Probabilidades. Particularmente, en el eje de Geometría, en lo referido al tema de las transformaciones geométricas, se establece que estas “*resultarán modelizaciones de movimientos físicos como los deslizamientos, giros, ampliaciones, deslizamientos, etc. y ayudan a la visualización y servirán también para analizar propiedades de figuras y cuerpos*” (p. 38). Respecto del tema congruencia de polígonos, establece que “*se podrá utilizar el concepto de función para definir la congruencia y la*

semejanza de figuras. Estas relaciones darán lugar a la resolución de problemas y a la integración con contenidos de los otros ejes del área a través de la medida y de la proporcionalidad” (p. 38). De ello se destaca que se usa la perspectiva de transformación geométrica para el estudio de la congruencia. En la Tabla 3, mostramos el lugar que ocupan estos temas en los cuadros de contenido del eje de Geometría y cómo están distribuidos en los dos primeros años del ciclo básico común de la escuela media.

EJE	PRIMER AÑO	SEGUNDO AÑO
GEOMETRÍA	<p>Movimientos. Regularidades en figuras, cuerpos y configuraciones geométricas.</p> <p><i>Investigación y descubrimiento de regularidades geométricas en base a movimientos.</i></p>	<p>Movimientos rígidos. Simetrías (central y axial), traslaciones y rotaciones en el plano. Propiedades que se conservan en las transformaciones. Definiciones de congruencia de polígonos en base a movimientos.</p> <p><i>Descripción de tamaños, posiciones y orientación de figuras afectadas por movimientos.</i></p> <p><i>Identificación y definición de cada movimiento rígido.</i></p> <p><i>Uso de las simetrías axial y central para describir, clasificar y definir polígonos y poliedros.</i></p> <p><i>Uso de transformaciones para probar la congruencia de figuras.</i></p>

Tabla 3. Cuadro de contenidos para el eje de Geometría en la propuesta curricular de la Transformación de la Escuela Secundaria Rionegrina. Fuente: Elaboración propia.

Desde el punto de vista del aprendizaje de la matemática escolar, para poder desarrollar el estudio de la congruencia de triángulos, de acuerdo con el Diseño Curricular, se han trabajado las ideas de punto y recta; posiciones relativas a dos rectas en el plano; punto medio de un segmento; ángulos: clasificación, medición, adición; clasificación de ángulos determinados por dos rectas intersecadas por una transversal (ángulos complementarios, suplementarios, adyacentes y opuestos por el vértice); polígonos: propiedades, elementos, relaciones y clasificaciones; bisectrices y alturas de triángulos; proporcionalidad de segmentos (razón y proporción); secantes cortadas por paralelas (equidistantes y no equidistantes); operaciones con números fraccionarios y decimales; teorema de Thales y sus aplicaciones (división de un segmento en partes iguales, tercera y cuarta proporcional, división de un segmento en partes proporcionales). Dicho estudio de la congruencia de triángulos permite a las y los estudiantes aplicar lo estudiado a las ideas de congruencia de segmentos, proyección y perspectiva, trigonometría del triángulo rectángulo y aplicación a ecuaciones.

La secuencia abarca el estudio de las transformaciones isométricas a través de las cuales se define la congruencia de triángulos desde el enfoque transformacional, como movimientos en el plano de reflexión¹⁵ (axial y central), traslación y rotación.

¹⁵ En Argentina suele llamarse simetría. Para la investigación se decidió usar el término reflexión para referirse al movimiento y así distinguirlo del de simetría para referirse a una relación entre dos figuras.

Aspectos Metodológicos

El taller fue el tipo de modalidad de clase que más se adecuó a la secuencia didáctica, ya que en principio las y los estudiantes aprendían y practicaban los procedimientos en GeoGebra para aplicar las transformaciones isométricas y estudiaban sus propiedades, y después resolvían problemas abiertos sobre congruencia de triángulos vía transformaciones geométricas. Era a partir de estos problemas que se desarrollaba el tema de la clase.

Las actividades para las transformaciones isométricas consistían en dar por escrito la definición, caracterización y procedimiento en GeoGebra de la isometría, y se pedía a las y los estudiantes leer el material y hacer construcciones en GeoGebra para su aplicación. Se dispuso de archivos PDF para la teoría analizada en cada actividad, y las consignas de cada una se dieron a través de archivos GeoGebra, a partir de los cuales las y los estudiantes crearon un nuevo archivo por cada desarrollo logrado de la actividad. La barra de herramientas de GeoGebra se personalizó en la computadora de cada estudiante, se dejaron solo aquellas herramientas relacionadas con geometría básica sin coordenadas, con el propósito de procurar que las y los estudiantes no se distrajeran con herramientas que no corresponden al tema que se estudia y puedan explorar las construcciones usando las propiedades de cada una. En todas las clases se usó el video proyector para mostrar la pantalla de la computadora de la profesora y también la de las y los estudiantes que voluntariamente decidieran mostrar su construcción a los demás. En cuanto a la organización de estudiantes y computadoras, resultó posible y conveniente el modelo 1 a 1.

Aspectos Conceptuales

Las isometrías se definieron en términos de una función que tiene ciertas propiedades y de un proceso constructivo para aplicarla a puntos, usando un lenguaje teórico apropiado para estudiantes, y excluyendo la identidad. En consecuencia, del ambiente de GeoGebra se usó solo la ventana gráfica, sin la ventana algebraica ni la barra de entrada, y se personalizó la configuración de la barra de herramientas: se deshabilitaron algunas de las herramientas que no corresponden al enfoque transformacional y solo se dejaron disponibles las que se indican en la tabla 2 para construir las transformaciones, junto con Elige y Mueve, Ángulo, Ángulo dada su amplitud, Distancia longitudinal, Texto, Desplaza vista gráfica, Aproximar, Alejar, Expone/Oculto Objeto, Expone/Oculto Rótulo y Elimina Objeto.

La definición, caracterización y procedimiento en GeoGebra para cada isometría, y la definición de congruencia de triángulos usados en la secuencia, se presentan a continuación.

Traslación

Es necesario introducir un nuevo objeto geométrico llamado vector como un segmento que es orientado porque tiene dirección y sentido, uno de sus extremos es el punto inicial y el otro el punto final -Digamos que sean A y B respectivamente-. La dirección del vector está dada por la recta AB que lo contiene, y el sentido por la ubicación del punto final B sobre una de las dos semirrectas en las que queda determinada la recta AB por el punto inicial A .

Una transformación T es una traslación si existe un vector \overline{AB} tal que para cada punto P del plano se verifica: Si $T(P) = P'$, entonces $PP' = AB$ y P' está en el mismo semiplano determinado por la recta AP en el que está B . Cada vector determina una traslación. Se usa el símbolo $T_{\overline{AB}}$ para indicar la traslación correspondiente al vector \overline{AB} .

Procedimiento en GeoGebra: Sea \overline{AB} un vector y P un punto cualquiera que se quiere trasladar según $T_{\overline{AB}}$.

1. Trazar la recta m paralela a la recta AB que pase por el punto P
2. Trazar una circunferencia con radio la magnitud del vector \overline{AB} y centro en P
3. Determinar la intersección de la recta m y la circunferencia, que está del mismo lado que B , y llamarla P'
4. Ocultar las construcciones auxiliares

Rotación

La rotación es una transformación que mueve los puntos en arcos de circunferencia según un ángulo dado α (entre 0 y 180) y un punto O que sirve como centro de la rotación. Se usa el símbolo $R_{O,\alpha}$ para indicar la rotación correspondiente al punto O

como centro y el ángulo α . Se verifica que si $P \neq O$, $R_{O,\alpha}(P) = P'$ tal que el ángulo $\angle POP' = \alpha$ y $OP' = OP$.

Procedimiento en GeoGebra: Sean O un punto, α un ángulo cualquiera (de medida entre 0 y 180) y P un punto que se quiere rotar según $R_{O,\alpha}$.

1. Construir un ángulo cuyo lado inicial pase por P , tenga vértice en O e igual medida que α .
2. El punto P' que se produce es la rotación de P según α (Ocultar las construcciones auxiliares).

Reflexión

La reflexión es una transformación isométrica que mueve los puntos invirtiendo la orientación de las figuras respecto de un elemento fijo, que puede ser un punto o una recta. En el caso que sea un punto se llama reflexión central y en el caso que sea una recta se llama reflexión axial. Un triángulo ABC y su imagen, el triángulo $A'B'C'$ por una reflexión, guardan una relación de simetría, si es por una reflexión central es una simetría central, y si es por una reflexión axial es una simetría axial. La imagen obtenida $A'B'C'$ es un triángulo y se llama el simétrico del triángulo ABC .

La reflexión central en un punto O , envía un punto A del plano en un punto A' , de tal manera que $OA = OA'$, los puntos A, O, A' son colineales y O está entre A y A' . La imagen A' por una reflexión en este caso, se llama simétrico de A respecto a O , y este se llama

el centro de simetría.

Procedimiento en GeoGebra: Sea A un punto que se quiere mover por una reflexión central en el punto O .

1. Trazar la recta AO
2. Trazar la circunferencia de centro O y radio \overline{OA}
3. Determinar la intersección de la recta AO y la circunferencia, nombrar este punto como A'
4. Ocultar las construcciones auxiliares

La reflexión axial en una recta u envía un punto A del plano en un punto A' , de tal manera que la recta u es perpendicular al $\overline{AA'}$ en su punto medio. La imagen A' de A por la reflexión en la recta u , se llama el simétrico de A respecto a la recta u , y esta se llama el eje de simetría.

Procedimiento en GeoGebra: Sea A un punto que se quiere mover por una reflexión axial en la recta u .

1. Trazar una recta que pase por A y sea perpendicular a la recta u
2. Determinar como P a la intersección de las dos rectas
3. Trazar una circunferencia de centro P y radio \overline{PA}
4. Determinar como A' la intersección de la circunferencia y la recta PA
5. Ocultar las construcciones auxiliares

Congruencia de triángulos

La congruencia entre dos triángulos resulta por la aplicación de una transformación isométrica a uno de ellos obteniendo como imagen el otro. En este sentido, si se tiene que los triángulos ABC y XYZ son congruentes, es porque existe una única isometría que transforma al triángulo ABC en el triángulo XYZ , la cual puede ser una traslación, una rotación, una reflexión axial, una reflexión central, o la composición de dos o tres de estas. En este sentido se da la siguiente definición de congruencia de triángulos:

-Dos triángulos ABC y XYZ son *congruentes* si y sólo si existe una isometría que transforma el triángulo ABC en el triángulo XYZ .

Dado que los triángulos ABC y XYZ son congruentes, se verifican en consecuencia las siguientes propiedades: igualdad entre lados correspondientes e igualdad entre ángulos correspondientes.

Actividades

La secuencia didáctica está compuesta de 8 actividades que se agrupan y se organizan como se describe a continuación.

1. Transformaciones en el plano aplicadas a triángulos

Corresponde a un grupo de actividades dedicadas al estudio de las isometrías y cómo se aplican, buscan que las y los estudiantes se apropien y dominen el procedimiento en GeoGebra de construcción de cada una, en principio aprendiendo cómo se aplican a un punto, para que luego lo transfieran a una figura geométrica. Para cada actividad se dan dos archivos a las y los estudiantes. Un archivo PDF que corresponde a la teoría de la transformación, en el que se da la definición, caracterización y el procedimiento de construcción para su aplicación, como se mostró antes de los aspectos conceptuales de la secuencia didáctica. El otro es un archivo GeoGebra en el que se dan construidos los objetos dados según el procedimiento, sobre los que la y el estudiante hará la construcción correspondiente, y se propone luego estudiar sus propiedades a partir de preguntas. Posteriormente en otro archivo GeoGebra, se proponen ejercicios de aplicación de la transformación a un triángulo y descripción de propiedades, y ejercicios de componer transformaciones.

La primera actividad pretendía que la y el estudiante hiciera la construcción correspondiente al procedimiento que recibió en el archivo PDF para aplicar la traslación a un punto, a partir de tener construidos los objetos que el procedimiento establecía como dados. En la figura 1 se muestra una captura de pantalla del archivo GeoGebra de la actividad, todos los objetos geométricos de la construcción son objetos fijos. Luego que fuera construido el punto P' , que es $T_{\vec{AB}}(P) = P'$, se podría pedir liberar el punto P y arrastrarlo para estudiar las relaciones de dependencia, posición y conservación de la distancia con P' por la traslación. Luego se podría pedir liberar los puntos origen y extremo del vector \vec{AB} y arrastrarlos para estudiar el efecto que causa en la posición de P' y su distancia a P .

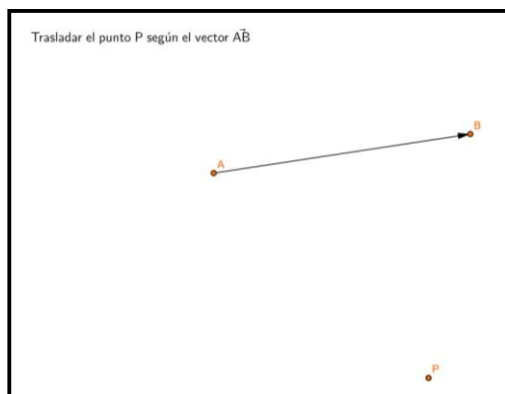


Figura 1: Actividad 1 de traslación. Fuente: Elaboración propia.

La segunda actividad pretendía que la y el estudiante hiciera la construcción para la composición de traslaciones, con lo cual iniciarían el estudio de la composición de transformaciones isométricas, puesto que lo necesitarían para las siguientes actividades de la secuencia para abordar los problemas de aplicación de transformaciones isométricas. En la figura 2 se muestra una captura de pantalla del archivo GeoGebra de la actividad, todos los objetos geométricos de la construcción son objetos fijos. Al igual que en la actividad anterior, luego que fueran construidas las composiciones pedidas se podría pedir liberar los puntos relacionados y arrastrarlos para estudiar las relaciones de dependencia, posición y conservación de la distancia con la imagen por la traslación.

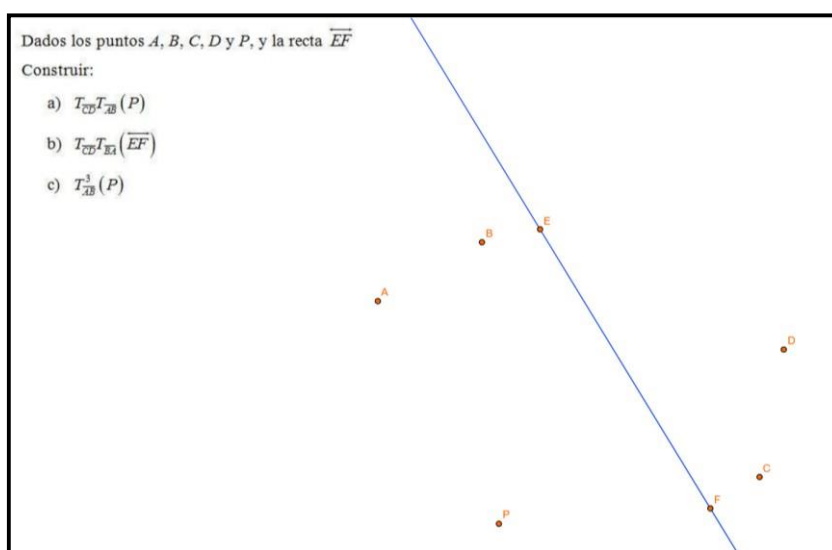


Figura 2: Actividad 2 de traslación. Fuente: Elaboración propia.

La primera actividad de rotación pretendía que la y el estudiante hiciera la construcción correspondiente al procedimiento que recibió en el archivo PDF para aplicar la rotación a un punto, a partir de tener construidos los objetos que el procedimiento establecía como dados. En la figura 3 se muestra una captura de pantalla del archivo GeoGebra de la actividad, los dos puntos son objetos fijos. Luego que fuera construido el punto P' , que es $R_{O,65^\circ}(P) = P'$, se podría pedir liberar el punto P y arrastrarlo para estudiar las relaciones de dependencia, posición y conservación de la amplitud del ángulo con P' por la rotación. Luego se podría pedir liberar el punto O y arrastrarlo para estudiar el efecto que causa en la posición de P' respecto de P , además de la conservación de la amplitud del ángulo construido.



Figura 3: Actividad 1 de rotación. Fuente: Elaboración propia.

La segunda actividad pretendía que la y el estudiante practicara la rotación y construyera el punto preimagen para una rotación. En la figura 4 se muestra una captura de pantalla del archivo GeoGebra de la actividad, los dos puntos son objetos fijos. La práctica de la rotación la haría con los ítems a y b, los cuales piden rotar el mismo punto con el mismo centro, pero con ángulos diferentes. El ítem c pide construir un punto Q que sea la preimagen del punto P por una rotación de centro en A y ángulo de 30° . Esto último es el primer problema abierto que incluye la secuencia didáctica, puesto que implica que la o el estudiante elabore una construcción geométrica de su propia inventiva sobre los puntos dados en la consigna para construir el punto Q mediante un proceso de exploración.

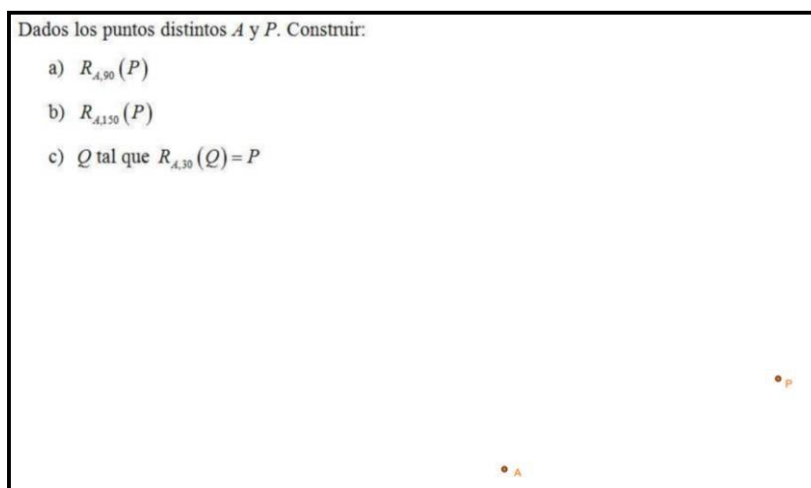


Figura 4: Actividad 2 de rotación. Fuente: Elaboración propia.

Para la reflexión corresponden dos actividades, en orden, una para reflexión central y otra para reflexión axial. Las dos pretendían que la y el estudiante hicieran la construcción correspondiente al procedimiento que recibió en el archivo PDF para aplicar la reflexión a un punto, a partir de tener construidos los objetos que el

procedimiento establecía como dados. En las figuras 5 y 6 se muestran capturas de pantalla de los archivos GeoGebra de las actividades, todos los objetos geométricos de la construcción son objetos fijos, la recta fue construida a partir de dos puntos que también son objetos fijos y están ocultos. Luego que fuera construido el \overline{AB} , imagen del \overline{AB} por la reflexión correspondiente, se podría pedir liberar el punto A y arrastrarlo para estudiar las relaciones de dependencia, posición, simetría, inversión de la orientación respecto del punto o la recta, y conservación de la longitud del segmento con el \overline{AB} por la reflexión. Luego se podría pedir lo mismo para B , lo que habilita después también pedir arrastrar el \overline{AB} . Posteriormente se podría pedir liberar el objeto geométrico que determina la reflexión, en el caso de la reflexión central el punto O y en el caso de la reflexión axial la recta u a través de hacer visible y liberar los puntos que la determinan, y luego arrastrarlo para estudiar el efecto que causa en la posición del \overline{AB} respecto del \overline{AB} en relación con las relaciones de

dependencia, posición, simetría, inversión de la orientación respecto del punto o la recta, y la conservación de la longitud del segmento. La recta u se puede mover por cualquiera de los dos puntos que la determinan y la línea.

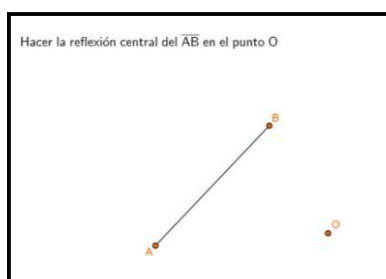


Figura 5: Actividad de reflexión central. Fuente: Elaboración propia.

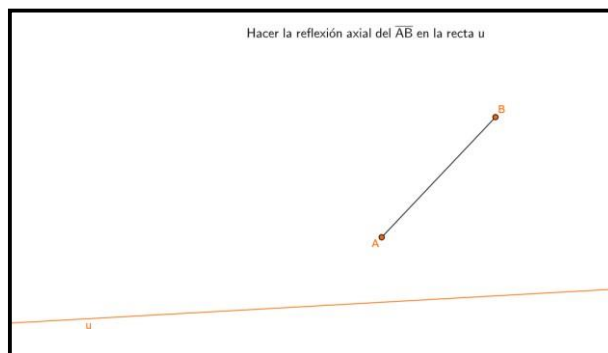


Figura 6: Actividad de reflexión axial. Fuente: Elaboración propia.

2. Composición de transformaciones en el plano aplicada a triángulos

La actividad se da a través de un archivo GeoGebra que tiene dos triángulos fijos, en la figura 7 se muestra una captura de pantalla, uno es imagen de otro por la composición de una traslación y una rotación (información que no se da a estudiantes, las construcciones auxiliares estaban ocultas), y consiste en determinar el procedimiento de composición de transformaciones que fue aplicado a esos triángulos. Esta actividad es el segundo problema abierto que incluye la secuencia didáctica, puesto que implica que la o el estudiante, mediante un proceso de exploración, elabore una construcción geométrica de su propia inventiva sobre los triángulos dados en la consigna para la composición de una traslación y una rotación que transforme los triángulos como es indicado.

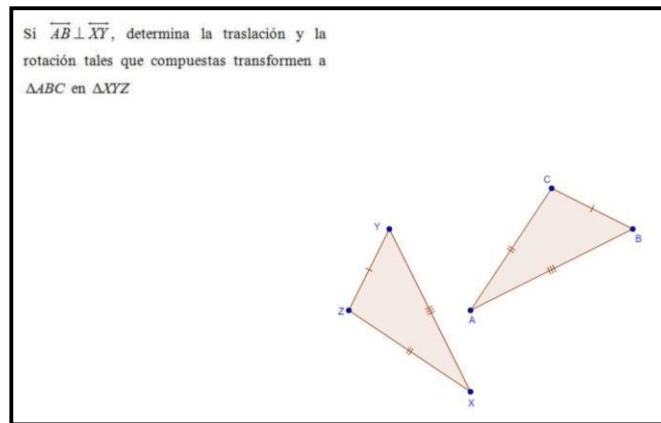


Figura 7: Actividad de composición de traslación y rotación. Fuente: Elaboración propia.

3. Congruencia de triángulos

La actividad consiste en determinar si dos triángulos dados son o no congruentes mediante el establecimiento de las transformaciones isométricas que se aplican. Esta actividad también se da mediante un archivo GeoGebra, en la figura 8 se muestra una captura de pantalla, en el que los dos triángulos son fijos y el triángulo DEF es imagen del triángulo ABC por la composición de tres isometrías (información que no se da a estudiantes, las construcciones auxiliares estaban ocultas). Esta actividad es el tercer problema abierto que incluye la secuencia didáctica.

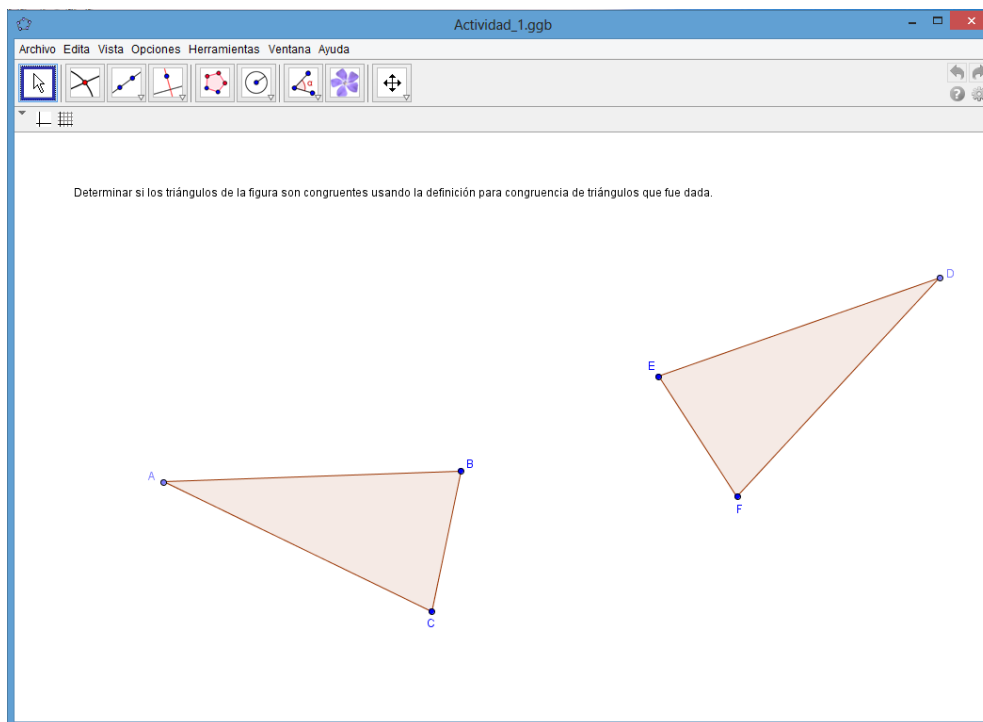


Figura 8: Actividad de congruencia de triángulos. Fuente: Elaboración propia.

A modo de cierre

Concebimos que la secuencia didáctica presentada aporta a la enseñanza de la geometría, en tanto es una propuesta innovadora en el ámbito de una escuela secundaria para el estudio de la congruencia de triángulos con SGD. Creemos que un atributo principal de la secuencia es que muestra una forma de uso del SGD en la clase de geometría que aprovecha su potencial de dinamismo para el estudio de la

congruencia de triángulos desde un enfoque transformacional, cambiando así el que se emplea tradicionalmente desde la relación intrafigural. Ello puede promover que la actividad matemática de las y los estudiantes se enriquezca y desarrollen procesos cognitivos propios de esta, como resolutores de problemas abiertos. Creemos que otro atributo de la secuencia es que ofrece herramientas para el profesor sobre cómo diseñar actividades con el recurso SGD, en particular sobre el contenido congruencia de triángulos vía transformaciones geométricas. El aporte está principalmente en ver de qué forma el uso del SGD en la clase de geometría puede ser pensado trascendiendo la intención de lograr buenas, novedosas o atractivas resoluciones de problemas geométricos a través de construcciones geométricas sofisticadas. Consideraciones que algunas acciones del profesor en su enseñanza pueden involucrar: la presentación de alternativas y diferentes formas de uso del SGD, previo al desarrollo de la actividad, que otorguen a las y los estudiantes algunas herramientas iniciales para motivar su creatividad en el hacer con el software; la modificación intencionada de elementos en el diseño de la actividad ya sea en la consigna, en la figura o en la barra de herramientas; y realizar un trabajo previo que favorezca el dominio de los contenidos.

Consideramos que los aspectos que hacen de la secuencia un diseño novedoso son principalmente la personalización de la barra de herramientas de GeoGebra como variable didáctica, la perspectiva transformacional para la congruencia de triángulos y los problemas abiertos que posibilitan la puesta en funcionamiento de la creatividad y habilidades de las y los estudiantes. De acuerdo con ello, creemos que el potencial que tiene la secuencia para su implementación en clase es que rompe con el modelo tradicional de enseñanza de la geometría aun con SGD, ya que permite un trabajo más exploratorio apoyado en la potencialidad del software.

Consideramos las siguientes cuestiones como algunas recomendaciones o ideas para la mejora, variación o complementación de la secuencia didáctica para su orquestación (Pérez, 2014), que son fruto de la experiencia de su implementación en el trabajo de campo de la investigación. Una opción que queda abierta en la secuencia es profundizar en el estudio de las propiedades de las isometrías, especialmente para la reflexión que no se hizo, a través de actividades del estilo de la segunda para traslación y rotación. Además, particularmente resulta interesante incluir actividades de composición de transformaciones previas a la presentada, del tipo:

- construir un segmento/triángulo y aplicarle una composición de dos isometrías; una por cada dos de las 4 transformaciones estudiadas. Luego, explorar la relación de posición entre la figura inicial y su imagen a partir del arrastre de los puntos de la primera, con el objetivo de identificar el comportamiento resultante.
- dado un segmento/triángulo, aplicarle una composición de dos isometrías; una por cada dos de las 4 transformaciones estudiadas. Uno de los puntos que determinan el segmento/triángulo puede ser fijo y el(los) otro(s) libre, para que luego de construir la composición, se explore la relación de posición entre la figura inicial y su imagen a partir del arrastre de los puntos de la primera, con el objetivo de identificar el comportamiento resultante
- construir un mosaico/teselado a partir de un procedimiento dado en texto, que establezca como parámetro un único objeto geométrico a partir del cual se explore la relación de posición entre la figura inicial y su imagen por arrastre.
- que sea libre uno o dos vértices del triángulo inicial en la figura dada de la actividad de composición de transformaciones en el plano aplicada a triángulos, con lo cual se da posibilidad al estudiante que a partir del arrastre explore e identifique la relación de posición entre los dos triángulos y así obtenga más información de la figura dada en la consigna del problema.

Referencias

Castro, C., de la Torre, E. y Zacarías, F. (2006, Septiembre). *El trabajo con software de geometría dinámica para el estudio de la trigonometría y la semejanza en la E.S.O.* [ponencia]. X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, Huesca, España.

Coxeter, H. S. M. (1971). *Fundamentos de geometría*. Editorial Limusa.

Escudero, I. (2003a). *La relación entre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas de enseñanza secundaria. La semejanza como objeto de enseñanza-aprendizaje* [tesis doctoral no publicada, Universidad de Sevilla].

Escudero, I. (2003b). *La semejanza como objeto de enseñanza-aprendizaje en la relación entre el conocimiento profesional del profesor de matemáticas de enseñanza secundaria y su práctica* [ponencia]. VII Simposio de la Sociedad Española de Educación Matemática, Granada, España.
<https://www.uv.es/angel.gutierrez/apregeom/archivos2/Escudero03.pdf>

Escudero, I. (2005). Un análisis del tratamiento de la semejanza en los documentos oficiales y textos escolares de matemáticas en la segunda mitad del siglo XX. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(3), 379-392. <https://ensciencias.uab.cat/article/view/v23-n3-escudero/1736>

Euclides (1991). *Elementos. Libros I-IV* (M. Puertas, trad.). Gredos. (original publicado en c. 300 a. C.).

Heidelberger, M. (1993). Empiricist Philosophy of Mathematics. En D. Cahan (ed.) *Hermann von Helmholtz and the Foundations of Nineteenth- Century Science* (pp. 1-14). The Open Court Publishing Co.

Ministerio de Educación de Río Negro. (2007). *Transformación de la escuela secundaria rionegrina*. Viedma: Gobierno de la Provincia de Río Negro.

Pérez, C. (2007). Transformaciones lineales, afines y fractales en un ambiente computacional. *Revista Científica de la Universidad Pedagógica de Matanzas "Juan Marinello"*, edición especial.
https://www.academia.edu/33804322/Transformaciones_lineales_afines_y_fractales_en_un_ambiente_computacional

Pérez, C. (2014). Enfoques teóricos en investigación para la integración de la tecnología digital en la educación matemática. *Perspectiva Educacional*, 53(2), 129-150.
<https://doi.org/10.4151/07189729-Vol.53-Iss.2-Art.200>

Pérez, C. (2019). *Prácticas matemáticas y tipos de razonamientos con SGD para la congruencia de triángulos: un estudio de caso desde la génesis instrumental* [tesis doctoral no publicada, Universidad Nacional de Córdoba].
<https://doi.org/10.13140/RG.2.2.26217.62569>

Pérez, C. (2021). Resumen de tesis. *En clave didáctica*, 2(2). 67-68.
<https://www.unsam.edu.ar/escuelas/humanidades/en-clave-didactica.asp>

Puig, A. (1986). *Geometría Métrica*. Madrid: Euler.



Inconmensurables e irracionales con GeoGebra. Una explicación posible a lo que “no podemos ver”

Natalia Grandal

Egresada del Diploma en Enseñanza de la Matemática - Nivel Secundario- Cohorte 2021

Resumen

El siguiente texto propone un problema que involucra el trabajo con los números reales en los contextos geométrico y algebraico. En el Diseño Curricular de Matemática de 5° año de la Ciudad Autónoma de Buenos Aires (2015), se propone un eje temático dedicado al tratamiento de contenidos de geometría analítica. El abordaje de los temas puede ser interpretado desde algunos conceptos de geometría sintética que están en estrecha conexión con los objetos algebraicos que disponen los y las estudiantes en ese nivel.

SPara ello se analizará la potencialidad de la incorporación de programas de geometría dinámica como recurso de enseñanza y de aprendizaje del tema, considerando los procesos de exploración que la incorporación del entorno tecnológico ofrece. Se propone el programa GeoGebra como punto de encuentro y como terreno de elaboración y validación de conjeturas.

Palabras clave: Escuela secundaria - Número real - Geometría - Funciones - GeoGebra.

Introducción

El DC de a NES en CABA propone trabajar progresivamente con la noción de número real desde 3er año, en relación con la inconmensurabilidad entre segmentos. Además, el conjunto de los números reales es el dominio natural de las funciones que se estudian en la escuela secundaria, en el nivel terciario y en la universidad.

Este trabajo se propone, partiendo de una situación geométrica, dar lugar al estudio de variación de magnitudes a través de la utilización de modelizaciones funcionales, como se ha desarrollado en investigaciones y análisis de secuencias hasta la fecha (Duarte (2015), Murúa (2016), Lupinacci (2017), Sessa et. al (2020)). El software GeoGebra es un recurso útil para diseñar objetos geométricos dinámicos. El dinamismo es un buen punto de partida para analizar la variación de magnitudes asociadas a los objetos (perímetros, áreas) y éstas son un buen contexto para el estudio de familias de funciones.

Cabe aclarar que el sólo hecho de utilizar el software no garantiza que un problema presente todas estas características, será necesaria una gestión docente que habilite el entorno propicio para que lo anteriormente mencionado se pueda llevar a cabo. Tomando la idea de recursos de Rabardel (2005) como aquellos artefactos producidos por la actividad humana, que han sido elaborados para ser parte de una actividad intencional mencionan (2013, pág. 187) Ferragina y Lupinacci: *“Al integrar los artefactos desde una intervención didáctica, es necesario pensar a priori en la disposición de éstos en el aula y de cómo organizarlos para explotarlo mejor en función de la actividad a realizar. A este proceso de pensar una gestión didáctica de los artefactos disponibles en relación con los objetivos didácticos, es lo que Trouche (2003, 2011) llama orquestación instrumental. Si bien los procesos de la génesis instrumental son*

construcciones individuales del sujeto, Trouche (2004) reconoce tanto aspectos individuales, como colectivos en el desarrollo de la misma, la orquestación instrumental es, entonces, la estrategia que logra movilizar estos aspectos colectivos.

Menciona Trouche (2004, 293), respecto de la instrumentalización: *“Es la expresión de la actividad específica de un sujeto: sobre lo que el usuario piensa en relación para lo que fue construido el artefacto y cómo debe ser utilizado: la elaboración de un instrumento ocurre en su uso. La instrumentalización conduce así al enriquecimiento de un artefacto o a su empobrecimiento.”*

GeoGebra permite que un estudiante interactúe en forma simultánea con un objeto geométrico dinámico, con una representación gráfica de aquellas magnitudes elegidas y puestas en relación y, también, con la representación algebraica de estas relaciones. De este modo, se hace presente el potencial para la producción matemática que porta la actividad de modelización ya que, como sostiene Sadovsky *“...la idea de modelización conlleva la idea de producción de conocimiento lo cual permite situar el aspecto central al que se apunta a través de la enseñanza. La modelización ofrece la posibilidad de actuar sobre una porción de la realidad a través de un aparato teórico”* (Sadovsky 2005, 32).

Y, en acuerdo con lo que expresan Ferragina y Lupinacci (2013), involucrarnos en las explicaciones de las/los estudiantes nos permitirá visibilizar los conocimientos que ponen en juego, las creencias que subyacen, sus modos de razonar, las diferencias entre diversas explicaciones, entre otras. Así, se espera promover una posición activa de esos estudiantes, para ello será necesario, entre otras condiciones, haya una relación computadoras – alumnos que lo permita. Como menciona Duarte (2014) muchas veces es mejor el armado de “pequeños” grupos de trabajo. Ya que la interacción social es promotora de un enriquecimiento de las ideas, resulta generadora de conjeturas, de ideas antagónicas, de espacios de diálogo.

En relación a los procesos de validación que se espera desplegar, la intención aquí es poner en valor los argumentos que puedan construir las y los estudiantes sobre las respuestas que producen, tanto con papel y lápiz en una perspectiva algebraica, como con GeoGebra donde interactúan con diferentes representaciones al mismo tiempo. En ese sentido Douady (citada por Balacheff, 2000) analiza que reconocemos eventualmente en este proceso una organización del orden de la demostración, pero que lo que actúa en función del sujeto es una herramienta y no un objeto. Además, las situaciones en las cuales esos estudiantes tienen que producir soluciones comunes a un problema (bien sea en pequeños grupos o al nivel de la totalidad de la clase) necesitan la formación progresiva de un lenguaje común, adecuado a los objetos y a las relaciones en juego. Necesitan, también, de la elaboración o el reconocimiento de un sistema común de decisión y prueba para los grupos de trabajo constituidos. Especialmente en el trabajo por parejas, Brousseau (1986) considera dos aspectos: el carácter esencial de esta dimensión social que parte de “hacer” para llegar a “hacer que otros hagan” y, su papel determinante en la construcción de los significados de los conocimientos matemáticos.

Propuesta

Se ha seleccionado una actividad del cuadernillo “De números y medidas, ¿qué es posible y qué es necesario?” de la serie *Explora las ciencias en el mundo contemporáneo* del Ministerio de Educación de la Nación, cuya autora es Ana Lía Crippa (el problema elegido ha sido extraído de una versión preliminar del documento, por lo que no se dispone de fecha de edición).

Creemos que el material en su totalidad representa un campo de problemas, ya que cada actividad no admite una única resolución o abordaje, sino que representa una

oportunidad para que distintos tipos de resolución dialoguen entre sí. Se intenta abordar distintas propuestas donde la relación entre números y medidas se pone en tensión.

La autora propone que para iniciar el tratamiento de la inconmensurabilidad y de la irracionalidad en la Escuela Secundaria resultaría necesario realizar un trabajo previo en torno a una noción matemática que usualmente no es objeto de enseñanza: la noción de medida exacta. *“Es ineludible en clase de 3º: ¿cómo, en efecto, hacer acceder a $\sqrt{2}$ al estatus de número si no integramos el hecho de que la medida de un segmento -para el caso la diagonal de un cuadrado de lado 1- se expresa con UN número?”* (Reynes, 2000). Crippa sostiene que *“...dada su estrecha vinculación, muchas veces se confunde la inconmensurabilidad y la irracionalidad. Arzac (1987) hace un minucioso análisis acerca de esta confusión, refiriéndolo a la inconmensurabilidad de la diagonal de un cuadrado respecto de su lado y la irracionalidad de $\sqrt{2}$. Señala que, si bien se trata de un mismo problema, se puede mirar en dos marcos diferentes. En el marco geométrico, se debe constatar que la diagonal de un cuadrado no admite parte alícuota común con el lado, lo que es imposible de realizar apoyándose en dibujos. En el marco aritmético, se trata de probar que el número 2 no admite raíz cuadrada racional.”* (Crippa, 4)

El problema de la inconmensurabilidad es un hecho más que interesante en la Historia de la Matemática ya que, al ser imposible de constatar de manera perceptiva, obliga a recurrir a argumentos teóricos, dando origen a demostraciones de tipo deductivas. Es decir, visualmente no se puede verificar que no siempre dos segmentos tienen una parte alícuota común por lo cual inevitablemente se tienen que recurrir a argumentos teóricos, de allí el vínculo con las demostraciones deductivas. Al respecto González Urbajena (citado por Tabare, 2014) menciona que con el descubrimiento de los inconmensurables, la demostración deductiva, con base en los principios, se consideró necesaria y consustancial con la propia naturaleza de la matemática; de este modo se renuncia a la experiencia física y a los datos aportados por los sentidos como la base del conocimiento y establece un paradigma de actuación en esta ciencia que nunca ha sido sustituido hasta ahora.

Este trabajo espera colaborar con la profundización de este aspecto y enriquecer su tratamiento en la escuela secundaria. Ya que para lograr avances en los conocimientos de las y los estudiantes es necesario pensar en un aprendizaje a largo plazo, en muchos casos articulados a lo largo de varios años en función de los temas seleccionados para cada año.

El problema

ABCD es un cuadrado de centro O y de lado 2. M es un punto cualquiera del segmento AC, distinto de A y de C. La recta d es paralela a la diagonal BD y pasa por M. PQ es el segmento de la recta d incluido en el cuadrado ABCD. Cuando M pertenece al segmento AO, P está sobre el lado AD y Q sobre AB (Figura 1, opción 1). Cuando M pertenece al segmento OC, P está sobre el lado DC y Q sobre BC (Figura 1, opción 2))

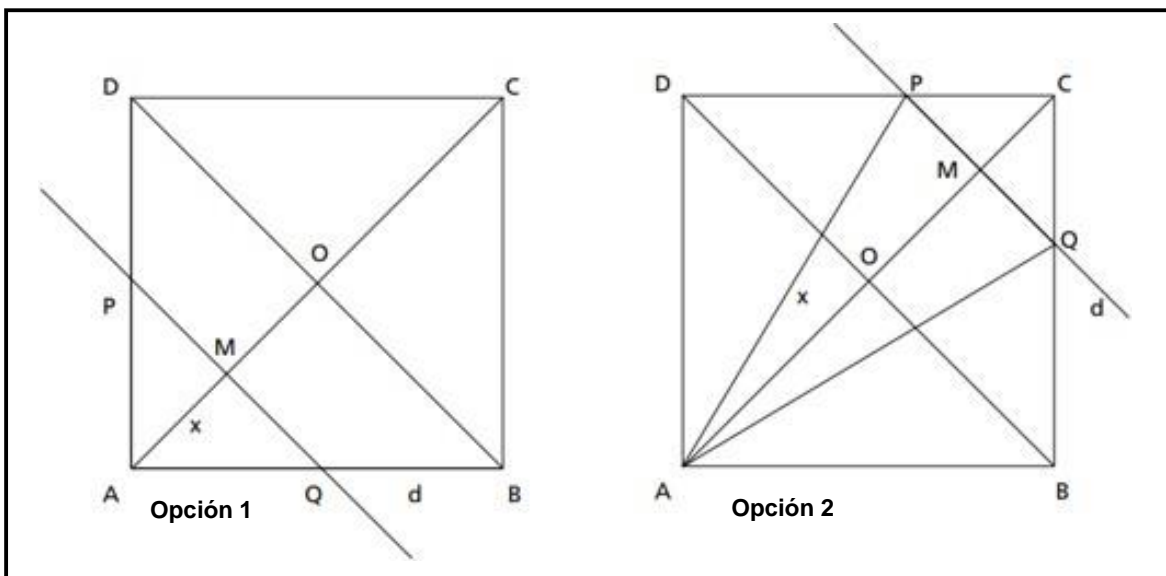


Figura 1: Representación gráfica del problema. Fuente propia.

a) Realizar la construcción indicada en GeoGebra. (Posible aclaración sobre la construcción: *Puede ser de utilidad comenzar con un segmento de longitud fija 2, construir sobre él el cuadrado, considerar el segmento que representa la diagonal del cuadrado y construir un punto sobre ella (M) como "Punto sobre objeto".*

Si llamamos x al segmento AM y $T(x)$ al área del triángulo APQ .

b) Explicar por qué el dominio de la función $T(x)$ es $(0, 2\sqrt{2})$

c) ¿Es cierto que si $x \in (0, \sqrt{2}]$ entonces $T(x) = x^2$?

d) ¿Es cierto que si $x \in [\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$ entonces $T(x) = x^2 + 2\sqrt{2}x$?

e) Si queremos construir un punto J cuyas coordenadas representen las variaciones mencionadas en este problema. ¿Cuáles deberían ser las coordenadas de dicho punto? Explicar por qué deben ser esas y luego ingresar el punto P a través de la barra de entrada. A continuación, desde el menú contextual del punto P , seleccionen la opción Activa Rastro. Vuelvan a desplazar el punto M a lo largo del segmento AC . ¿Qué ocurre? ¿Por qué?

Análisis

El problema se propone para ser desarrollado en 5to año de la escuela media en CABA considerando que en las trayectorias de las y los estudiantes esté contemplada la discusión sobre la inconmensurabilidad y la irracionalidad. El desarrollo a continuación es una adaptación del propuesto por la autora (Crippa), puesto que en el original no se implementaba mediante el uso de GeoGebra.

a) Se espera que las y los estudiantes no se apoyen en cuestiones "del dibujo puro" y utilicen relaciones geométricas (como el trazado de rectas paralelas y perpendiculares). En caso de apoyarse en cuestiones del dibujo la construcción se deformará y no conservará sus propiedades geométricas al manipular sus elementos. Esto puede relacionarse con lo que se denomina como *arrastre de verificación*. En el caso de que el cuadrado "deje de ser un cuadrado" al desplazar sus elementos deberían establecerse nuevas condiciones sobre la construcción.

Resulta pertinente que las intervenciones docentes alrededor de esta actividad estén centradas en proponer el análisis de los procedimientos matemáticos utilizados por medio del software y analizar cuestiones relativas a la diferencia entre dibujo y figura. Una posibilidad de respuestas a los ítems planteados pueden ser los siguientes. También cabe considerar en las intervenciones, qué puede ocurrir si no se dan de modo completo esas respuestas o hay errores o bien, no se llega a un desarrollo algebraico tan específico como el que se muestra en el ítem c).

b) ABCD es un cuadrado de lado 2 por lo cual su diagonal AC mide $2\sqrt{2}$. Por otra parte, M es un punto del segmento AC distinto a A y de C y como $x = AM$, $x \in (0, 2\sqrt{2})$.

c) y d) Si $x \in (0, \sqrt{2}]$, M se mueve sobre el segmento AO, sin coincidir con A. ABCD es un cuadrado donde $OA = OB$ y AOB es un triángulo isósceles en O por lo que los ángulos de la base son iguales. Además, d es paralela a BD entonces el triángulo AMQ es isósceles por tener sus ángulos de la base iguales. Luego $MQ = AM = x$.

De modo similar con los triángulos AOD y AMP, concluimos que $PM = AM = x$.

Luego $PQ = 2x$

Por otra parte, el triángulo AOB es rectángulo en O porque ABCD es un cuadrado; el triángulo AMQ es entonces rectángulo en M por ser d paralela a BD. Luego, el área del triángulo PAQ es $T(x) = \frac{2 \cdot x \cdot x}{2} = x^2$

Si $x \in [\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$, M se mueve sobre el segmento OC, sin coincidir con C. Considerando el triángulo PCQ y haciendo un razonamiento con el caso anterior con

PAQ, con $MC = 2\sqrt{2} - x$ y $PQ = 2(2\sqrt{2} - x)$. El área del triángulo AQP es entonces

$$T(x) = \frac{2 \cdot (2\sqrt{2} - x) \cdot x}{2} = -x^2 + 2\sqrt{2}x.$$

e) La construcción del punto dinámico se apoya en la noción de función que dominan las y los estudiantes, y ésta puede depender de las prácticas asociadas a este concepto que las y los estudiantes hayan tenido, así como de su basamento epistemológico.

En GeoGebra, al realizar una construcción, según las herramientas que se utilicen, dicho dibujo puede moverse, transformarse o deformarse en función de la manipulación de puntos que tienen diferentes grados de libertad. Esta condición hace que el trabajo resulte sustancialmente diferente del que se despliega con lápiz, papel, regla, compás, escuadra, etcétera. Proponer que realicen la construcción supone que se consideren las relaciones explícitas que se elaboran al tomar en cuenta las herramientas que se utilizan. La intención es que las y los estudiantes puedan concebir una representación - el dibujo- como el conjunto de las relaciones de los elementos que caracterizan a la figura. Es necesario apelar a las relaciones entre los objetos y las herramientas para poder realizar ciertos movimientos y construcciones. Para la figura del problema en particular, las y los estudiantes podrían poner en juego los comandos: recta paralela, recta perpendicular o el empleo de ángulos rectos o el trazado de circunferencias para trasladar segmentos lo que supone asumir que el cuadrado es un rombo con cuatro ángulos rectos. Las relaciones entre los objetos y la posibilidad de movimiento que se menciona anteriormente implican tener en cuenta que, si las y los estudiantes construyen la figura apoyados en sus propiedades, cuando se mueva un elemento esta “no se deformará”, en cambio, si hacen la construcción “copiando el aspecto” cuando se mueva un elemento de la misma se espera que ésta se deforme.

Se trata de una actividad en la que necesariamente interviene un cambio entre el marco geométrico y el algebraico. El pasaje del marco geométrico al algebraico es necesario

para iniciar la resolución y del marco algebraico al geométrico para interpretar las soluciones halladas. Como plantean Ferragina y Lupinacci (2013) es el caso de la formulación de conjeturas como un proceso previo a la generalización algebraica y poniendo de manifiesto la complementariedad entre ambos enfoques.

De acuerdo con Duarte (2014) se concibe un posible juego de anticipaciones y de producción de conjeturas en el entorno lápiz y papel que pueden contribuir a que las y los estudiantes lleguen al entorno tecnológico con una producción personal a partir de la cual entrar en diálogo con la tecnología. De este modo la presencia del software entramada con su ausencia puede resultar en una combinación exitosa.

La propuesta es que las y los estudiantes construyan la escena “desde cero” para explorar cómo podrían contestar las preguntas desde el software. Siguiendo los pasos puede apreciarse que la interacción entre cada estado de la situación geométrica dinámica y un punto en el gráfico de la función es una oportunidad para recuperar la noción de función como modelo para vincular el cambio y/o la variación entre las medidas de dos magnitudes. (Sessa et al 2020) Este análisis podría hacerse mediante lo que se denomina punto dinámico (un punto cuyas coordenadas represente la variación de las magnitudes).

A continuación (Figura 2), se muestra como varía el área del triángulo en función de la posición de M (o sea de la longitud de la altura del triángulo). En este caso se trata de una captura de pantalla de la versión Classic 5 del software GeoGebra, debido a que la versión online no dispone de dos vistas diferentes y se prefirió ésta para promover la noción de que son dos enfoques distintos y cada uno tiene su propio sistema de representación. En la representación, la altura del rectángulo se identifica como AM, y el área del mismo, como ÁREA de AQP. Por lo tanto, podemos construir un punto J de coordenadas (AM, ÁREA DE AQP), tal como se muestra en la imagen y activar su rastro para analizar qué sucede con el área a medida que varía el segmento AM, pero desde un punto de vista gráfico. En este caso, graficar introduciendo en la barra de entrada las funciones que figuran en las preguntas y ver que se superponen con la curva que traza el punto dinámico podría resultar una fuente de validación del abordaje algebraico mencionado anteriormente.

Se genera entonces la posibilidad de un intercambio entre las diferentes resoluciones obtenidas, las de los primeros ítems desde una perspectiva algebraica y la del último desde una perspectiva funcional. La fuente de validación que se espera potenciar es la noción de que las diferentes representaciones de un mismo objeto matemático muestran características particulares del objeto en cuestión.

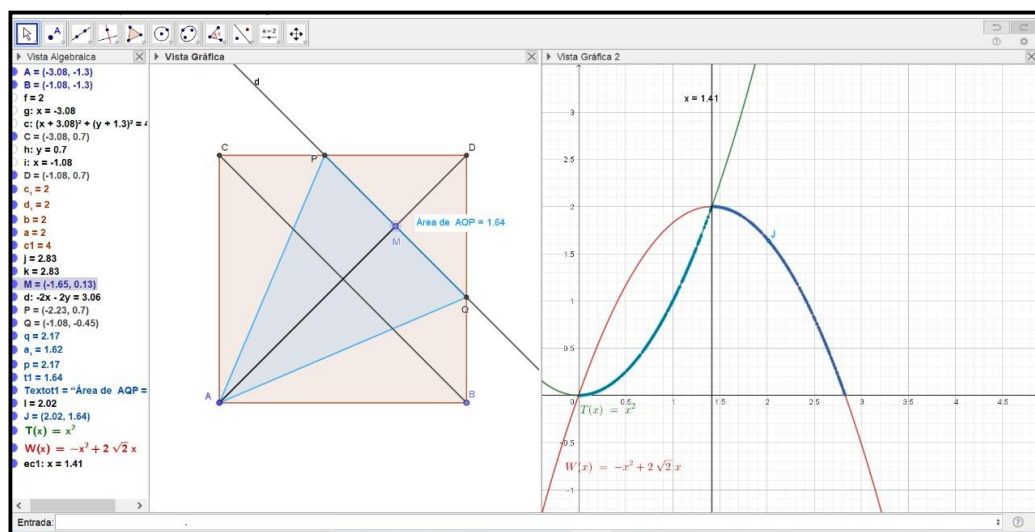


Figura 2: Captura de pantallas geométrica y funcional del último ítem. Fuente propia.

De esta manera se espera contribuir a la apropiación de nuevas formas de enseñar, de aprender, de conocer.

Conclusiones

Se ha propuesto una actividad para estudiantes avanzados del nivel secundario, que permite trabajar sobre problemas geométricos y que a su vez puede transformarse en un campo de problemas geométrico-algebraicos. La resolución de las actividades mediante el uso de GeoGebra es potenciada gracias a que estos entornos de geometría dinámica habilitan tanto la exploración como la elaboración de conjeturas, validación, argumentación deductiva y modelización. Se abren nuevas preguntas alrededor de este tipo de actividades: ¿Qué recursos de validación pueden desplegarse? ¿Qué otras actividades ya conocidas podrían desarrollarse, además, en contexto de geometría dinámica?

Respecto a la tensión sobre la inconmensurabilidad y la irracionalidad, se espera que a través de esta actividad las y los estudiantes puedan retomar el trabajo algebraico/numérico necesario para construir (o aportar a la construcción) de número actual y la noción de continuo de los números reales.

Se cree que el trabajo con GeoGebra aporta luz a la discusión sobre la inconmensurabilidad, pero que será necesario aclarar que tampoco resulta exhaustivo ya que dispone de una cantidad finita de cifras decimales. Es necesario que los y las docentes tengan en cuenta que el software tiene “un desarrollo discreto que simula el continuo” y, en lo posible, explicitar las limitaciones del programa. Se trata de una oportunidad más para poner el foco en las argumentaciones deductivas que se espera desarrollar en las y los estudiantes.

Se extiende la invitación a continuar la exploración en este sentido sin perder de vista todo lo trabajado hasta ahora.

Bibliografía

Bergé, A. y Sessa, C. – “Complejidad y continuidad revisadas a través de 23 siglos. Aportes a una investigación didáctica” – *Relime* Vol. 6 - N°3 (pp. 163 - 197) Julio 2003

Cedron, M.; Duarte, B.; Herrera, R. y Lamela, C. “Representación y densidad en los reales: análisis de experiencias de aula”. *Revista científica EFI Dossier. Desafíos en el estudio, uso y enseñanza de la matemática* (pp. 109 a 124) (2021)

Crippa, A. “De números y medidas, ¿qué es posible? ¿qué es necesario? – Explora las ciencias en el mundo contemporáneo - Programa de capacitación multimedia – Ministerio de Educación Nacional

Duarte, B “Algunas experiencias y reflexiones sobre la enseñanza de la matemática en entornos con tecnología” en *Revista El Monitor*. Mayo 2014

Ferragina, R. y Lupinacci L. “El profesor como orquestador instrumental” 2do Congreso Internacional de la Enseñanza de las Ciencias y de la Matemática – 3er Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática (2013)

Ferragina, R y Lupinacci, L. “Caracterización de la función mediada por *software* geometría dinámica. El caso del punto dinámico” en “Recursos tecnológicos en la enseñanza de la matemática” comp. Gema Fioriti (2017) UNSAM edita.

Ferragina, R. y Lupinacci L. “Campo de problemas geométrico-algebraicos en la formación del profesor. Un posible estudio en entornos dinámicos” Perry, P. (Ed.).

(2013). Memorias del 21º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

Laborde, C. "Cabri-Geometría o una nueva relación con la geometría" en Investigar y enseñar. Verdades de la educación matemática" Editorial Iberoamericana. Bogotá, 1997.

Lupinaccl, L. "La función como modernizadora de la variación. Producciones de alumnos y recursos docentes" en "Recursos tecnológicos en la enseñanza de la matemática" comp. Gema Fioriti (2017) UNSAM edita.

Ministerio de Educación. (2013) Diseño Curricular 2014-2020. Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires (NES). Ciclo Básico. Buenos Aires: Ministerio de Educación, GCBA. (Apartado Matemática)

Ministerio de Educación. (2015) Diseño Curricular Nueva Escuela Secundaria de la Ciudad de Buenos Aires (NES). Ciclo Orientado del bachillerato: Matemática y Física. Buenos Aires: Ministerio de Educación, GCBA.

Rodríguez, M. et "Investigación sobre procesos de validación en entornos de geometría Dinámica" – Vertientes del conocimiento – UTN – Mayo 2016

Sessa, C., Andrés, M., Coronel, M., Di Rico, E., Luna, J.- "Diseño colaborativo que coordina gráficos cartesianos con modelos geométricos dinámicos" Revista de Educación Matemática, Vol. 35 N° 1 – 2020 (pp. 45 - 60)

Tabaré, M. "Posibles errores en el aprendizaje de números reales a raíz del tratamiento propuesto en un texto de nivel secundario". Memoria presentada para optar por el título de Especialista en Didáctica de las Ciencias con orientación en Matemática – UNGS – Julio 2014

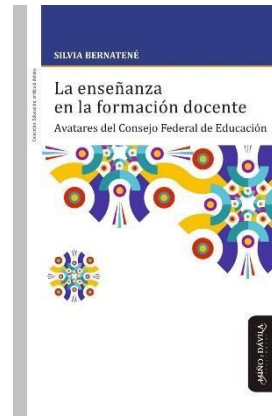
¿Por qué Silvia Bernaténé nos invita a leer este libro?

Porque se propone analizar la producción normativa del Consejo Federal de Educación destinada a la formación docente desde los aportes teóricos del campo de la Didáctica, desde su creación en 1972 hasta el año 2012. Como se trata de definiciones de políticas públicas para la Educación, presenta el ineludible diálogo entre tres objetos de estudios preferenciales del campo: las prácticas de enseñanza, la formación docente y el currículum. El trabajo de investigación está ordenado en cuatro períodos: el primero, 1972-1976; el segundo, 1976-

1983; el tercero, 1983-2003 distinguiendo dos etapas, 1983-1989 y 1989-2003 y el último, 2003-2012. En cada uno de ellos se analiza el contexto, la actuación normativa del organismo, las principales características de la formación docente, las decisiones sobre el currículum y las prácticas de enseñanza que sostienen los documentos elaborados por el Consejo Federal de Educación.

En esta obra se evidencian los diálogos de las “voces de la política” y las “voces de la academia” presentes en la normativa sistematizada para responder algunas de estas preguntas: ¿Cuándo se incorporó por primera vez el concepto “prácticas de enseñanza” en la normativa? ¿Cómo se concebía a la enseñanza? ¿Qué sentidos generó esa inclusión? ¿Para formar qué docente? ¿En qué contexto? ¿Siempre se habló de rol docente? ¿Y la profesionalización? ¿Qué dicen las normas de ello? Es un estudio de corte cualitativo, que utiliza el análisis de contenido como uno de los métodos predominantes para profundizar el conocimiento de por qué la vida social, la formación docente y las prácticas de enseñanza, se perciben y se experimentan como ocurren. Se trata de una sistematización inédita de un corpus de 114 Resoluciones del CFE y una decena de leyes y resoluciones ministeriales que son analizados a partir de las relaciones de su contenido con el contexto sociopolítico y las categorías del campo de la Didáctica.

Por eso, los invito a transitar continuidades y rupturas en estos vínculos e insiste, como afirma Adela Coria en el prólogo del libro, en que enseñar es político, y que siempre la palabra emerge —no como destino inexorable—, vuelve renovada para hablar de lo que se trata en cada momento histórico.



¿Por qué Javier Río nos invita a leer este libro?

Este libro propone un viaje, un recorrido particular para descubrir la pedagogía como encuentro. Se trata de abordar el encuentro como categoría hermenéutica y así permitir reconocer la preocupación educativa que subyace en la obra de Rodolfo Kusch (1922-1979).

Justamente estamos conmemorando los 100 años del nacimiento de este filósofo y antropólogo argentino. Profesor por más de 25 años en la escuela secundaria, uno de los iniciadores de la Filosofía de la Liberación. Profesor en la Universidad de Buenos Aires y en la Universidad Nacional de Salta. Autor de obras como: “Seducción de la barbarie”, América Profunda, El pensamiento indígena y popular, Geocultura del hombre americano y Esbozo de una antropología filosófica americana, entre otras, incluyendo obras de teatro.

Además, en este libro abordamos la dimensión del “profesor provocador”. Para quién no lo conoce, Kusch fue un pensador que se adentró en la América Profunda (título de una de sus obras- 1962), tratando de encontrar lo más propio del pensar americano.

Reconocer en su obra la concepción filosófica y antropológica de lo americano, y de este modo elaborar una propuesta pedagógica de presencia, significativa y original, desde una lógica de la negación del pensamiento popular y en perspectiva intercultural. En ese lugar de encuentro, del paisaje entendido como símbolo que se da en el pensamiento popular, no se debate sólo una antropología filosófica que encuentra un nosotros, sino que expresa una manera de asumir la vida que encuentra un fundamento en el “estar siendo con otros”. Aquí reconocemos en la pedagogía una decisión ético- política, que pondrá en tensión los modos de enseñar y de aprender



La formación docente en matemática: reflexión sobre la práctica de la enseñanza

Con este título compartimos durante el pasado 29, 30 de setiembre y 1 de octubre, la décima edición de la Escuela de Didáctica de la Matemática, conocida entre docentes y grupos de investigación como EDIMAT (figura 1).



Figura 1: Folleto de difusión EDIMAT 2022

Este año, la Escuela tuvo una versión híbrida: las más de doscientas personas que se inscribieron (docentes, estudiantes, formadoras y formadores de docentes, investigadoras e investigadores) pudieron asistir a los auditorios Tanque y Lectura Mundi del Campus de la Universidad Nacional de San Martín (figuras 2 y 3), o seguir la transmisión por plataforma Zoom.



Figura 2: Edificio Tornavía- Campus Miguelete



Figura 3: Auditorio Tanque (izquierda) y Auditorio Lectura Mundi (derecha.)

La organización, estuvo a cargo del grupo matemática del Centro de Estudios en Didácticas Específicas (CEDE) de la Escuela de Humanidades y el Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas de la Universidad Nacional de San Martín y el CONICET. Contó con el auspicio del Instituto de Estudios Iniciales de la Universidad Nacional Arturo Jauretche (IEI de la UNAJ); de la Especialización en Enseñanza de la Matemática del Instituto de la Educación y el Conocimiento de la Universidad Nacional de Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur (IEC de la UNTDF); de la Comisión de Carreras de Profesorado de Enseñanza Media y Superior de la Facultad

de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Buenos Aires (CCPEMS de la UBA).

Fueron las autoridades de estas instituciones quienes dieron la bienvenida y enmarcaron el evento en sus respectivos planes institucionales, resaltando la importancia del mismo desde lo académico, las redes interinstitucionales que permite tejer, y la trascendencia en el marco de la formación permanente del profesorado (figura 4). El Cdr. Carlos Greco, rector de la UNSAM, fue quien dio inicio al encuentro, seguido por la decana de la Escuela de Humanidades, Dra. Silvia Bernatené. Hicieron lo propio, la Dra. Cecilia Acevedo de la CCPEMS, la Dra. Carolina González Velazco del IEI de la UNAJ; la Lic. Daniela Stagnaro del IEC de la UNTDF y la Mg. Gema Fioriti del CEDE de la UNSAM.



Figura 4: Acto inaugural de EDIMAT 2022

La EDIMAT, que se celebra cada dos años desde el 2004, tiene como objetivo reunir a docentes, formadoras y formadores de docentes e investigadoras e investigadores en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática de todas las provincias argentinas y de los países vecinos, para estudiar temas que son objeto de debate en el área. De esta forma, la escuela intenta contribuir, a la discusión y difusión del cuerpo de conocimientos de la Didáctica de la Matemática.

Lo característico del evento es que una experta o experto en un tema – investigador internacional en el tópic sobre el que se organiza- desarrolla un seminario sobre ese

tema. Ese seminario se constituye en el espacio central que la EDIMAT le ofrece a las y los participantes, para estudiar sobre ese contenido.

En versiones previas a la que hoy reseñamos, nos han visitado:

- **Raymond Duval** de Francia, especialista en Sistemas de Representación,
- **Marianna Bosch** de España, especialista en la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD),
- **Joseph Gascón** de España, especialista en la TAD en la enseñanza del álgebra,
- **Ole Skovsmose** de Dinamarca, creador de la Educación Matemática Crítica.
- **Luc Trouche** de Francia, creador de la Orquestación Documental,
- **Michele Artigue** de Francia, Doctora Honoris Causa por la UNSAM, generadora de la Ingeniería Didáctica y experta en tecnologías aplicadas a la enseñanza de la matemática,
- **Marcelo Borba** de Brasil, especialista en la relación Matemática y Tecnologías, Humanos y Medios,
- **Nadine Bednarz** de Canadá, especialista en Investigación Colaborativa,
- **Abraham Arcavi** de Israel, especialista en la Didáctica del Álgebra,

En esta X versión de la EDIMAT, nos visitó Nuria Climent Rodríguez, cocreadora del modelo MTSK (por sus siglas en inglés, Mathematics Teacher's Specialised Knowledge) que desarrolla y estudia el conocimiento especializado del profesor de matemática (figura 5).



Figura 5: Dra. Nuria Climent, creadora del modelo MTSK.

La Dra. Climent expuso con claridad los fundamentos del modelo, sus antecedentes, sus marcos de referencia, sus fortalezas y las que ella cree pueden ser sus debilidades. El modelo, conocido a través de su representación con un hexágono (figura 6) aporta varios elementos, significativamente originales, a la conceptualización del conocimiento docente: el conocimiento didáctico del contenido, la idea de especialización del conocimiento docente como exclusividad del mismo, una visión transversal de la matemática escolar.

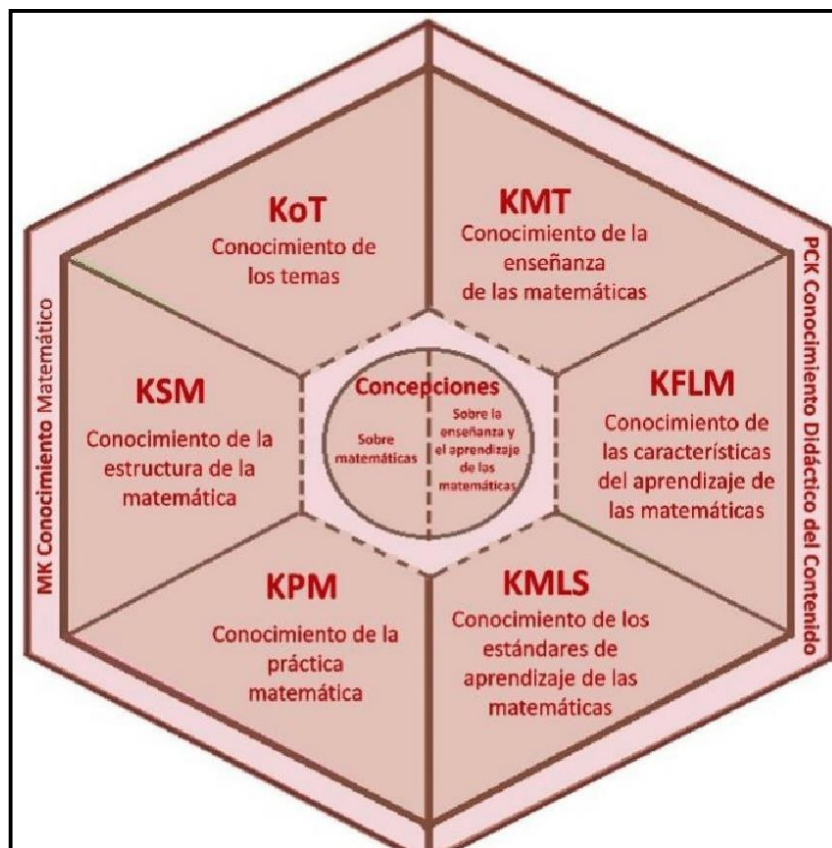


Figura 5: Representación gráfica del modelo MTSK.

De esta forma complejiza y amplía los modelos preexistentes del conocimiento docente, ya que caracteriza el conocimiento especializado como aquel que una o un docente necesita y usa para enseñar matemática, prescindiendo de consideraciones pedagógicas generales no relacionadas con la disciplina. El modelo pone en evidencia que no existe una relación unívoca entre una acción docente y un subdominio, mostrando así la simultaneidad y complejidad del enseñar, que de esta forma no se evalúa, sino que se describe en términos analíticos en orden a intervenir sobre el espacio de la práctica de la enseñanza.

En diálogo con este espacio de estudio, la X EDIMAT, contó con acciones para comentar, debatir y tensionar otras propuestas como las que ofrecieron:

- **Mesa: Las prácticas de enseñanza de la matemática como objeto de estudio en la formación inicial y permanente.** Estuvo a cargo de Fabiana Saldivia, Dora Maglione y Mónica Paulete de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral; Cecilia Papini de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires; María Elena Ruiz de la Universidad Nacional del Comahue, quienes conforman una red de investigadores que convoca a especialistas de distintas y distantes universidades del país, para analizar y ayudar a mejorar, las prácticas de enseñanza de la matemática en la escuela secundaria. A través de un trabajo colaborativo con profesores del nivel secundario, las investigadoras expusieron sus objetivos y metodología de trabajo para dar cuenta de un diálogo entre distintos niveles de análisis de las prácticas que conducen a la reflexión y selección de cambios para la escuela que se decide a incorporar recursos tecnológicos en la enseñanza de la matemática. La mesa cerró con

un punto de encuentro y debate, en el que Adriana Diaz, especialista en formación permanente, recorrió políticas públicas de formación docente de los últimos años en el país, que mostró cómo la reflexión sobre la práctica es un tema de agenda, que no siempre queda visibilizado como nodal para el análisis de la enseñanza.



Adriana Diaz



Fabiana Saldivia



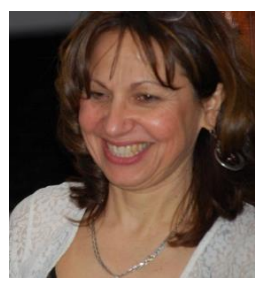
Mónica Paulette



Dora Maglione



Cecilia Papini



María Elena Ruiz

- **Conversatorio: La racionalidad de la práctica docente de quien enseña matemática.** Estuvo a cargo del Dr. Patricio Herbst de la Universidad de Michigan (figura 6), quien mostró de qué forma, a través de encuestas y evaluaciones a docentes, se pueden obtener datos para generar políticas de formación que atiendan a las prácticas de la enseñanza de la matemática en el nivel secundario. Su conversatorio versó sobre el estudio de las prácticas profesionales de las y los docentes de matemática, tratando de entender el conocimiento tácito que les permite negociar requisitos de diverso origen: las necesidades estudiantiles, las disciplinares, y las expectativas sociales e institucionales. Sus ejemplos se centraron en el análisis del trabajo docente que se hace en las aulas de geometría de la escuela secundaria, para involucrar a las y los estudiantes en el razonamiento y la demostración.



Figura 6: Dr. Patricio Herbst, Universidad de Michigan

- **Mesa: Las prácticas de enseñanza de la matemática en la formación profesional: una mirada desde las mujeres que crearon y dirigieron grupos de investigación en Argentina.** Gema Fioriti de la Universidad Nacional de San Martín; Alicia Dickenstein de la Universidad de Buenos Aires y premio Consagración en Matemática de la Academia Nacional de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Carmen Sessa de la Universidad Pedagógica Nacional, Ana Bressan del Grupo Patagónico de Educación Matemática y Silvia Echeagaray de la Universidad Nacional de Río Cuarto, dialogaron a través de sus anécdotas, obstáculos, acontecimientos que signaron sus carreras como mujeres que investigan y enseñan en matemática. Su recorrido por sus propias historias personales y profesionales, sus puntos de encuentros en instituciones que les dieron acogida, sus migraciones en épocas políticas particulares del país, sus encuentros con especialistas de otros países y culturas, nutrieron el diálogo y visibilizaron el zigzag constructivo de quienes piensan en términos altruistas cuando investigan.



Alicia Dickenstein

Gema Fioriti

Carmen Sessa

Ana Bressan

Silvia Echeagaray

- **Mesa: Las prácticas de enseñanza de la matemática desde la óptica de quienes se forman para ser docentes o especializarse en el tema.** Profesoras formadas y en formación expusieron sus sensaciones respecto del desafío de enseñar matemática (figura 7). Así, Stella Leniol que cursa la Especialización en la Enseñanza de la Matemática en la Universidad Nacional de Tierra del Fuego, Antártida e Islas del Atlántico Sur; Alejandra Martínez que cursó la Licenciatura en Enseñanza de la Ciencias en la Universidad Nacional de San Martín, Victoria Borrelli que se forma como profesora en la Universidad de Buenos Aires y Jazmín Jeréz que cursó un Diploma en Enseñanza de la Matemática y ahora está cursando la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, ambas por la Universidad Nacional de San Martín. Ellas, pusieron en palabras lo que se siente en el camino de la formación inicial y permanente. Transitar estos estudios, compartir experiencias, incorporar herramientas para la reflexión sobre la enseñanza, fueron los tópicos que unieron sus emotivas participaciones.



Figura 7: De izquierda derecha: Jeréz, Martínez, Borrelli y Leniol por vía zoom.

Todo este marco de estudio contó con la presencia de un grupo de estudiantes de la carrera de Artes Escénicas de la orientación danza, de la Escuela de Arte y Patrimonio, que junto con su director David Señorán, ofrecieron a los presentes un espectáculo que mostró su destreza y capacidad artística en el parque del campus.



Enfoque y alcance de EN CLAVE DIDÁCTICA

El Centro de Estudios en Didácticas Específicas (CEDE) asociado al Laboratorio de Investigación en Ciencias Humanas (LICH), unidad de doble dependencia de la Escuela de Humanidades de la Universidad Nacional de San Martín (UNSAM) y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) de Buenos Aires, Argentina, se ha propuesto poner en circulación esta revista para que, docentes e investigadores encuentren en sus páginas: ideas, investigaciones y propuestas para el trabajo en las didácticas de las distintas disciplinas que se estudian en los diferentes niveles educativos.

La revista se pretende como una publicación de investigación y experiencias didácticas; se propone como un espacio plural destinado a compartir propuestas didácticas; comunicar resultados de investigación; publicar resúmenes de tesis didácticas y reseñas bibliográficas que tengan como eje temas referidos a las didácticas específicas.

EN CLAVE DIDÁCTICA está destinada a un público variado: docentes de los distintos niveles educativos, formadoras y formadores de docentes; investigadores en didáctica que encontrarán en sus páginas: ideas para replicar en sus aulas, tomando en consideración sus análisis didácticos y ponderando su viabilidad en las aulas a las que van dirigidas; resultados de investigaciones en didáctica; resúmenes de tesis didácticas; reseñas bibliográficas; noticias sobre el campo de las didácticas general y específica. Por ser una publicación en soporte digital, estará abierta al intercambio y comunicación de experiencias en países de habla hispana.

Criterio para asignar sección

Las secciones que componen la revista contendrán artículos y producciones que se referirán, en cada caso a:

- a- Editorial: escrita por el Equipo Editorial o quién éste invite a hacerlo, en la que se expondrá el tema central del número que prologa y una reflexión acerca del eje elegido.
- b- Investigaciones Didácticas: organizadas como informes de investigaciones realizadas o en marcha que cumplan los requisitos básicos de la escritura académica. Se tomará especial atención que **EN CLAVE DIDÁCTICA** es una revista destinada a un público mixto, por lo que su redacción deberá contemplar esta cualidad de las y los potenciales lectores.
- c- Experiencias Didácticas: relatadas por sus autoras y autores en términos de sucesos de aula acompañados de reflexiones didácticas. Se espera que el material de cuenta de situaciones de aula en las que se llevaron a cabo los sucesos relatados, que se acompañe extractos de trabajos y/o participaciones de estudiantes, fotos de trabajos realizados, etc. En todos los casos, estas experiencias contendrán un análisis didáctico que dé cuenta de las decisiones profesionales tomadas por las y los docentes que las implementaron.

- d- Reseñas bibliográficas: escritas con el fin de compartir resultados de la curaduría de la web, de la lectura de libros y/o revistas que a criterio del Equipo Editorial puedan circular entre sus lectoras y lectores.
- e- Tesis Didácticas: que sus autoras y autores quieran compartir a través de sus resúmenes como una forma de publicar sus aportes al campo de las didácticas que trabaja la revista.

Evaluación de materiales

La evaluación será por pares y por el método de doble ciego. En una primera fase, el Equipo Editorial efectuará una revisión general del trabajo, pudiendo rechazar directamente, sin pasar a evaluación externa, aquellos trabajos cuya calidad sea ostensiblemente baja o que no se adecúen a secciones temáticas de la revista. Para esta primera revisión, el Equipo Editorial podrá requerir la asistencia del Consejo Asesor. Las propuestas que superen este primer paso, serán enviadas a dos evaluadores externos a la revista (especialistas en la materia o línea de investigación de que se trate). En caso de que las evaluaciones sean discrepantes, o de que por cualquier otro motivo lo considere necesario, el Equipo Editorial podrá enviar el texto a un tercer evaluador. A la vista de los informes de las y los evaluadores, el Equipo Editorial podrá tomar una de las siguientes decisiones, que será comunicada a los autores:

- Aceptar (como está o con ligeras modificaciones).
- Publicable con las modificaciones que se les hará llegar.
- No publicable.

La decisión es inapelable. Mientras el trabajo está en evaluación, no podrá ser enviado a ninguna otra publicación para su consideración. La o los autores del trabajo se hacen cargo de la autoría intelectual del material remitido con su nombre y, por ende, de todo tipo de acción legal que su publicación pudiese demandar de considerarse que el mismo no cumple con las condiciones legales de propiedad intelectual vigente.

Frecuencia de publicación

EN CLAVE DIDÁCTICA se publicará digitalmente, dos (2) veces al año, en los meses de mayo y noviembre.

Instrucciones para las autoras y los autores

Normas para la presentación de originales:

- 1- Los artículos se remitirán por correo electrónico a enclavedidactica@unsam.edu.ar indicando en el asunto del mismo que el adjunto está destinado a **EN CLAVE DIDÁCTICA**. En el cuerpo del correo deberá figurar el nombre completo de los autores, la dirección electrónica de cada uno de ellos, su lugar de trabajo.
- 2- Los artículos tendrán una extensión máxima de 45000 caracteres, incluidas las tablas, las figuras y los anexos. Se recomienda utilizar letra Arial tamaño 11 con interlineado sencillo.
- 3- Junto con el artículo se remitirá un resumen (máximo 10 líneas), una traducción del mismo en inglés, cinco palabras clave (en castellano y en inglés) y el título del artículo en inglés.
- 4- Se recomienda confeccionar los originales con procesador Word para Windows.
- 5- Los esquemas, dibujos, gráficas e imágenes serán guardadas en JPEG y se adjuntarán en carpeta aparte del documento del texto. En el texto deberán

aparecer claramente identificadas para que se sepa el lugar exacto en el que deberán aparecer. Incorporar esas imágenes también en el texto con la aclaración de lo que se está visualizando y la fuente de las mismas (elaboración propia, adaptación o recorte de otro original)

- 6- Todas las citas bibliográficas se escribirán al final del artículo, siguiendo el formato APA en su versión más reciente en español para lo cual se recomienda consultar la guía rápida online creada por la BC UNSAM:

<https://es.calameo.com/read/0048847466271d44eb426>

http://www.unsam.edu.ar/biblioteca_central/ayudas-para-escribir.asp

- 7- Los resúmenes de las tesis didácticas se remitirán por correo electrónico a la misma dirección (enclavedidactica@unsam.edu.ar) indicando en el asunto del mismo que el adjunto se corresponde con el resumen de una tesis. En el cuerpo del correo se deberán consignar los siguientes datos: título, autora o autor, tipo de tesis (de maestría o doctorado) o trabajo final de integración (de especialización o diploma) o tesina de grado, directora o director, departamento, universidad, programa o carrera en la que se la ha presentado, fecha de presentación. La extensión máxima del resumen en el adjunto será de 4500 caracteres.